Возможный способ уменьшения энергии вакуума

Е.В. Арбузова

Государственный Университет «Дубна»
Новосибирский Государственный Университет

основано на совместной работе с А.Д. Долговым

arXiv:2502.05581

Работа поддержана грантом РНФ 23-42-00066

сессия-конференция
«Физика фундаментальных взаимодействий»
посвященная 70-летию В.А. Рубакова

Президиум РАН, Москва, 17 – 21 февраля 2025 г.

Краткое содержание

- Проблема вакуумной энергии
- Механизм компенсации
- Численные расчеты
- Заключение

Космологическая постоянная (Эйнштейн, 1917)

$$S = -\frac{M_{Pl}^2}{16\pi}\int d^4x\sqrt{-g}(R+\Lambda) \equiv -\frac{M_{Pl}^2}{16\pi}\int d^4x\sqrt{-g}R - \varrho_{vac}\int d^4x\sqrt{-g}$$

- Λ – космологическая постоянная, «Λ-член»
- g – определитель метрич. тензора $g_{\mu\nu}$, $M_{Pl} = 1.22 \times 10^{19}$ ГэВ – масса Планка

Тензор энергии-импульса вакуума:

$$T_{\mu\nu}^{(vac)} = g_{\mu\nu}\varrho_{vac}, \quad \varrho_{vac} = \frac{M_{Pl}^2}{16\pi}\Lambda$$

Уравнения Эйнштейна с Λ-членом:

$$\frac{M_{Pl}^2}{8\pi}\left(R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R\right) \equiv \frac{M_{Pl}^2}{8\pi}G_{\mu\nu} = T_{\mu\nu}^{(matt)} + \varrho_{vac}g_{\mu\nu}$$

В однородном, изотропном, 3D-плоском пространстве $ds^2 = dt^2 - a^2(t)d\mathbf{r}^2$

Первое уравнение Фридмана:

$$\frac{3H^2M_{Pl}^2}{8\pi} = T_0^0 = \varrho_{matt} + \varrho_{vac}, \quad H = \frac{\dot{a}}{a} \text{ – параметр Хаббла}$$

Проблема вакуумной энергии

Противоречие между теоретическими оценками величины ϱ_{vac} и наблюдательными ограничениями на возможное наблюдаемое значение, отождествляемое с темной энергией.

Плотность темной энергии ($\sim 70\%$ полной космолог. плотности энергии):

$$\varrho_{DE} \sim 1\,\mathrm{keV/cm}^3 \approx 10^{-47}\,\mathrm{GeV}^4$$

Теоретические оценки:

- либо бесконечно большое значение
- либо, при сокращении вакуумных энергий бозонных и фермионных вакуумных флуктуаций, результат порядка масштаба нарушения SUSY:

$$\varrho^{\mathrm{vac}}_{\mathrm{SUSY}} \sim m^4_{\mathrm{SUSY}} \sim 10^{55}\varrho_{DE}\,, \quad m_{\mathrm{SUSY}} \sim 100\ GeV$$

В ходе космологической эволюции энергия вакуума претерпевала огромные скачки при фазовых переходах из симметричной фазы в фазу с нарушенной симметрией.

Структура вакуума КХД

Масса протона $m_p \sim 1$ ГэВ:

- $p = uud$, $m_q \sim 5$ МэВ $\Longrightarrow m \approx (15\mathrm{MeV} - E_{bind}) \gtrsim 0.01 m_p$ – ???
  E_{bind} – энергия связи кварков в протоне.

Недостающий вклад:

- нетривиальные свойства КХД вакуума $\Longrightarrow$ конденсаты кварковых и глюонных полей:

$$\langle \bar{q}q \rangle \neq 0\,, \quad \langle G_{\mu\nu} G^{\mu\nu} \rangle \neq 0\,, \quad \varrho_{vac}^{(cond)} \approx 1\mathrm{GeV}^4$$

- Кварки внутри протона разрушают конденсаты и масса протона равна:

$$m_p = 2m_u + m_d - \varrho_{\rm vac} l_p^3 \sim 1\mathrm{GeV}, \quad l_p \sim 1/\text{ГэВ} - \text{размер протона}$$

Плотность энергии конденсата должна быть отрицательной и на 47 порядков больше наблюдаемого значения $\varrho_{DE} \approx 10^{-47}\,\mathrm{GeV}^4$.

Что-то еще, кроме кварков и глюонов, «живет» в вакууме и это «что-то» (новое поле – ???), компенсирует ϱ_{vac} на 47 порядков.

Первая модель динамической редукции энергии вакуума

- Долгов, 1982 (Nuffield Workshop on the Very Early Universe, proceedings)

$$S_\phi = \int d^4x\sqrt{-g}\mathcal{L} = \int d^4x\sqrt{-g}\left[\frac{1}{2}g^{\mu\nu}\partial_\mu\phi\,\partial_\nu\phi - U(\phi, R)\right]$$

Уравнение для поля ϕ в FLRW-метрике:

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + \partial U/\partial\phi = 0\,, \quad U = \frac{1}{2}\left(\beta R + m^2\right)\phi^2$$

При $\beta R < 0$ и $|\beta R| > |m^2|$ уравнение имеет неустойчивое, экспоненциально растущее решение, т.к. $(m_\phi^{(eff)})^2 < 0$ при $R = const$.

С ростом ϕ первоначальное экспоненциальное расширение асимптотически преобразуется в степенное:

$$a(t) \sim \exp(H_{vac}t) \implies \phi \sim t \text{ и } a(t) \sim t^\kappa, \text{ где } \kappa = const$$

Обратная реакция поля ϕ на космологическое расширение приводит к трансформации закона экспоненциального расширения в закон Фридмана, несмотря на наличие ненулевой энергии вакуума.

Недостатки простой модели:

- Тензор энергии-импульса поля ϕ не пропорционален $g_{\mu\nu}$: $T_{\mu\nu} \neq \Lambda g_{\mu\nu}$, $\Longrightarrow$ энергия вакуума не обращается в нуль даже асимптотически.
- Изменение режима расширения достигается за счет ослабления гравитационного взаимодействия. Константа гравитационной связи уменьшается со временем, сначала экспоненциально, а затем $G_N \sim 1/t^2$.
- Если такое изменение G_N имело место в ранней Вселенной и позже каким-то образом стабилизировалось, то этот механизм мог бы объяснить иерархию гравитационных и электрослабых масштабов.

Другие модели:

- Долгов, Кавасаки, 2003 (arXiv:astro-ph/0307442, astro-ph/0310822)

$$L_{int} = \frac{\partial_\mu \phi \partial^\mu \phi}{2R^2}$$

- Долгов, Урбан, 2008 (arXiv:0801.3090): различные типы потенциала взаимодействия между скаляром кривизны и скалярным полем.

Не удается реализовать переход к канонической космологии, в которой доминирует обычная материя.

Обобщенная модель

$$\mathcal{L}_F = \frac{1}{2}\phi^2\left[\beta R F(R,\phi) + m^2\right]$$

Арбузова, Долгов, 2025 (arXiv: 2502.05581 [gr-qc]):

$$\mathcal{L}_f = \frac{1}{2}\phi^2\left[\beta R f(\phi) + m^2\right] \equiv \frac{1}{2}\left[\phi^2 m^2 + \beta R Q(\phi)\right], \quad Q(\phi) = \phi^2 f(\phi)$$

Уравнения движения для однородного поля ϕ:

$$g^{\mu\nu} D_\mu D_\nu \phi + m^2\phi + \frac{1}{2}\beta R \partial_\phi Q = \ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + m^2\phi + \frac{1}{2}\beta R\, \partial_\phi Q = 0$$

Тензор энергии-импульса:

$$\begin{aligned} T_{\mu\nu} \;&=\; (\partial_\mu\phi)(\partial_\nu\phi) - (1/2)g_{\mu\nu}\left[g^{\alpha\beta}(\partial_\alpha\phi)(\partial_\beta\phi) - m^2\phi^2\right] \\ &\quad -\beta Q(\phi)\left(R_{\mu\nu} - g_{\mu\nu}R/2\right) + \beta\left(D_\mu D_\nu - g_{\mu\nu}D^2\right) Q(\phi) \end{aligned}$$

Ковариантные производные:

$$D_\mu Q = (\partial_\phi Q)\partial_\mu\phi, \quad D^2 Q = \partial^2_\phi Q \partial_\mu\phi\partial^\mu\phi + \partial_\phi Q D^2\phi$$

След тензора энергии-импульса:

$$T_\nu^\nu = -(\partial\phi)^2(3\beta\partial_\phi^2 Q + 1) + 2m^2\phi^2 + \beta QR + 3\beta\left[(\partial_\phi Q)m^2\phi + \beta R(\partial_\phi Q)^2/2\right]$$

Простой частный случай $Q = \phi^2$:

$$T_\nu^\nu = -(6\beta+1)(\partial_\mu\phi)(\partial^\mu\phi) + \beta(6\beta+1)R\phi^2 + 2(1+3\beta)m^2\phi^2$$

- Хорошо известный результат. $T_\nu^\nu = 0$ при $\beta = -1/6$ и $m = 0$.

Более сложный случай:

$$\bar{Q}(\phi, M_0, k) = \phi^2(1+\sigma\phi^2/M_0^2)^k,\ \ M_0,\ k\ \ - const,\ \sigma = \pm 1$$

С учетом уравнений Эйнштейна, находим соотношение для кривизны:

$$R\left(\beta\bar{Q} + \frac{3\beta^2(\partial_\phi\bar{Q})^2}{2} + \frac{M_{Pl}^2}{8\pi}\right) =$$
$$(\partial\phi)^2(3\beta\partial_\phi^2\bar{Q} + 1) - 2m^2\phi^2 - 3\beta m^2\phi(\partial_\phi\bar{Q}) - 4\varrho_{vac} - \tilde{T}_\nu^\nu,$$

$\tilde{T}_\nu^\nu$ – след тензора энергии-импульса других видов материи.

Это уравнение позволяет выразить R через поле ϕ и его производные.

Безразмерные величины

Уравнения, описывающие космологическую эволюцию:

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + m^2\phi + \frac{1}{2}\beta R\,\partial_\phi Q = 0,$$
$$\dot{H} + 2H^2 = -R/6$$

- Здесь R – известная функция ϕ и его производных.

Введем безразмерные переменные:

$$\tau = tH_0, \quad \varphi = \phi/H_0, \quad h = H/H_0, \; \frac{d}{dt} = H_0\frac{d}{d\tau},$$
$$R = rH_0^2, \; \varrho_{vac} = H_0^4\lambda, \; \bar{Q} = H_0^2 q, \quad M_0 = H_0\mu.$$

- H_0 — произвольная нормировочная константа.
- Удобно фиксировать $H_0^2 = 8\pi\,\varrho_{vac}/(3M_{Pl}^2)$, где ϱ_{vac} — исходная большая энергия вакуума.

Функция $\bar{Q}$ выражается через безразмерную функцию q:

$$q = \varphi^2\left(1 + \sigma\varphi^2/\mu^2\right)^k$$

Безразмерная система уравнений

Безразмерные космологические уравнения:

$$h' + 2h^2 = -\frac{r}{6}; \quad \varphi'' + 3h\varphi' + \beta r q_1/2 = 0$$

Безразмерная кривизна:

$$r = \frac{(3\beta q_2 + 1)(\varphi')^2 - 2(m/H_0)^2\varphi^2 - 3\beta(m/H_0)^2\varphi q_1 - 4\lambda - \tilde{T}/H_0^4}{3\beta^2 q_1^2/2 + M_{Pl}^2/(8\pi H_0^2) + \beta q}$$

- Здесь $q_1 \equiv \partial_\phi \bar{Q}/H_0$, $q_2 \equiv \partial_\phi^2 \bar{Q}$ – безразмерные производные.

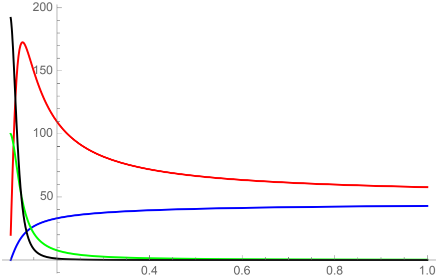
Далее: $m = 0$ – безмассовое поле, $\tilde{T}_\nu^\nu = 0$ – релятивистская материя.

Кривизна в этом случае:

$$r_0 = \frac{(3\beta q_2 + 1)(\varphi')^2 - 4\lambda}{3\beta^2 q_1^2/2 + M_{Pl}^2/(8\pi H_0^2) + \beta q}$$

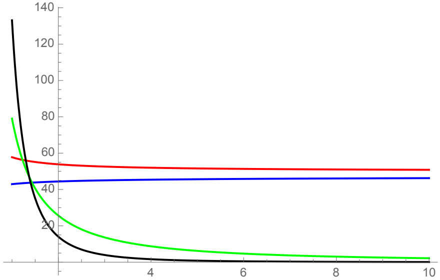
Численные решения: $\lambda = 10^4$

Малое время τ



Эволюция $10^2\tau h$, $10^3\varphi$, $10^2\varphi'$, $(-r_0)$ как функции времени τ.

Большое время τ

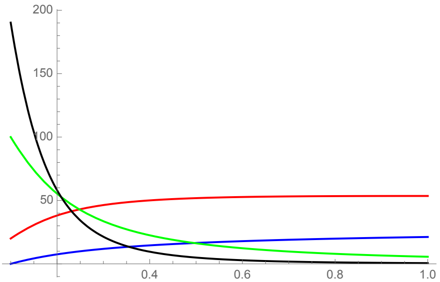


Эволюция $10^2\tau h$, $10^3\varphi$, $3 \cdot 10^4\varphi'$, $(-10^5 r_0)$ как функции времени τ.

Расчеты сделаны при $\beta = 1$, $\mu = 1$, $k = 3$.
Начальные значения: $h_{in} = 2$, $\varphi_{in} = 0$, and $\varphi'_{in} = 1$.

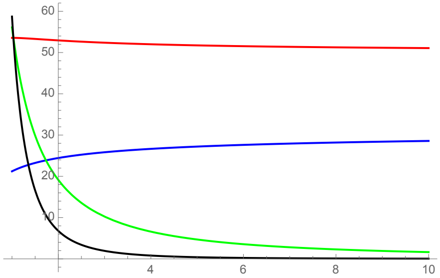
Численные решения: $\lambda = 10^2$

Малое время τ



Эволюция $10^2\tau h$, $10^2\varphi$, $10^2\varphi'$, $(-10^2 r_0)$ как функции времени τ.

Большое время τ



Эволюция $10^2\tau h$, $10^3\varphi$, $10^3\varphi'$, $(-10^4 r_0)$ как функции времени τ.

Расчеты сделаны при $\beta = 1$, $\mu = 1$, $k = 3$.
Начальные значения: $h_{in} = 2$, $\varphi_{in} = 0$, and $\varphi'_{in} = 1$.

Асимптотические решения

Численные расчеты показывают, что кривизна, даже при огромных начальных значениях $|r_0|$, быстро стремится к нулю, тем самым демонстрируя, что энергия вакуума действительно компенсируется.

Аналитические асимптотические решения при $r_0 = 0$:

$$h(\tau) \to [2(\tau + \tau_0)]^{-1}, \;\; \varphi' \to C\tau^{-3/2}, \;\; \varphi \to const \, ,$$

что вполне согласуется с численными расчетами.

Отметим, что численные расчеты справедливы до $\tau \approx 30 - 40$. При больших τ нестабильность численной процедуры приводит к ненадежным результатам, но при больших τ мы имеем точные аналитические решения.

Заключение

Модель, предложенная в данной работе, эффективно устраняет исходную вакуумную энергию, снижая её до нуля, и приводит к реалистической космологии с доминирующей релятивистской материей.

Следующие шаги:

- Необходимо включить в модель нерелятивистскую материю и проверить, можно ли успешно реализовать переход к космологии на стадии доминирования материи.
- Другая связанная проблема — возможность описания космологической тёмной энергии в рамках предложенной модели.
- Предположительно, это можно реализовать путём введения более сложной зависимости от скаляра кривизны, R, аналогично известному описанию тёмной энергии с помощью модифицированной гравитации через обобщение ОТО в виде $F(R)$-гравитации.

Предполагается, что это станет предметом будущих исследований.

СПАСИБО

за внимание!