

**Замечание о направлении  
времени в космологии  
Фридмана-Робертсона-Уокера  
с неминимально связанным  
скалярным полем**

**Леон Андонайре Л. А., Скугорева М. А.\*,  
Топоренский А. В., Варгас Т.**

**\*Казанский (Приволжский) федеральный университет**

# Введение

- Вопрос о направлении времени в космологии Фридмана-Робертсона-Уокера (ФРУ) со скалярным полем довольно интригующий, так как соответствующие космологические уравнения движения **не диссипативны** (нет производства энтропии) и формально **обратимы во времени**.
- Для моделей с **минимально связанным скалярным полем** было показано, что из-за разницы в эффективном уравнении состояния скалярного поля на стадиях расширения и сжатия появляется **ряд постепенно растущих циклов** (Сахни и др. 2001, Топоренский и др. 2012 и 2015).
- Интересно рассмотреть возможность появления временной асимметрии для **неминимально связанных скалярных полей**.

# Введение

Для создания **циклической космологической эволюции** нужны:

1. **Точка поворота** ( $H = 0, \dot{H} < 0$ ) получается в рамках Общей Теории Относительности (ОТО) обычно добавлением малой отрицательной космологической постоянной или при рассмотрении Вселенной с положительной пространственной кривизной.
2. Для получения **точки отскока** ( $H = 0, \dot{H} > 0$ ) нужно выходить за рамки ОТО. Например, это возможно в Квантовой Петлевой Гравитации (**Синх** и др. 2004, 2020) или в модели Вселенной на бране (**Штанов** и др. 2003, **Пиао** и др. 2004, 2005) с времениподобным компактным измерением, но такие модели являются довольно экзотическими. Поэтому для создания циклов иногда используют **искусственный отскок**, полагая «руками» ( $H \rightarrow -H$ ). Это значит, что когда плотность энергии скалярного поля достигает некоторого значения, у параметра Хаббла  $H$  меняют знак.

## Цель работы

Целью данной работы было рассмотреть возможность появления временной асимметрии для моделей с неминимально связанными скалярными полями с лагранжианами следующего вида:

$$1. \quad L = \frac{1}{2} \sqrt{-g} \left( \frac{R}{8\pi G} - (g^{\mu\nu} \varphi_{,\mu} \varphi_{,\nu} + \xi R B(\varphi) + 2V(\varphi)) \right),$$

где  $B(\varphi) = \varphi^2$ ,  $\xi < 0$ ,  $V(\varphi) = V_0 \varphi^n + \Lambda$ ,  $V_0 > 0$ ,  $n > 0$ ,  
 $\Lambda < 0$ .

$$2. \quad L = \frac{1}{2} \sqrt{-g} \left( \frac{R}{8\pi G} - (g^{\mu\nu} - \kappa G^{\mu\nu}) \varphi_{,\mu} \varphi_{,\nu} - 2V(\varphi) \right),$$

$\Lambda < 0$ .

где  $G^{\mu\nu} = R^{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g^{\mu\nu}$  – тензор Эйнштейна,  $V(\varphi) = \Lambda$ ,  $\kappa > 0$ ,  
 Использовались метрика ФРУ  $ds^2 = -dt^2 + a^2(t) dl^2$   
 и планковские единицы  $c = \hbar = 1$ .

# Методы исследования

В данной работе применялись  
численное интегрирование,  
алгебраические методы.

# 1. Основные уравнения для модели с неминимальной связью

Варьированием действия с лагранжианом 1 получаются уравнения гравитационного и скалярного полей:

$$3 H^2 = K \rho_\varphi, \quad (1)$$

$$2 \dot{H} + 3 H^2 = -K p_\varphi, \quad (2)$$

$$\ddot{\varphi} + 3H\dot{\varphi} + \frac{1}{2} \xi R B'(\varphi) + V'(\varphi) = 0, \quad (3)$$

где  $\rho_\varphi = \frac{\dot{\varphi}^2}{2} + V(\varphi) + 3\xi(H\dot{\varphi}B'(\varphi) + H^2B(\varphi)),$

$$p_\varphi = \frac{\dot{\varphi}^2}{2} - V(\varphi) - \xi(2H\dot{\varphi}B'(\varphi) + \dot{\varphi}^2B''(\varphi) + \ddot{\varphi}B'(\varphi) + (2\dot{H} + 3H^2)B(\varphi)),$$

$$\omega_{eff} = \frac{p_\varphi}{\rho_\varphi} = -\frac{2\dot{H}}{3H^2} - 1, \quad R = 6(2H^2 + \dot{H}), \quad ' = \frac{d}{d\varphi}, \quad K = 8\pi G.$$

# 7 1. Некоторые асимптотические решения в модели с неминимальной связью $B(\varphi) = \varphi^2$ , $V(\varphi) = V_0 \varphi^n$ при $n=2$ , $n=4$ .

В работах Дансби и др. 2008, Скугорева и др. 2012, 2014, были найдены и проведён анализ устойчивости следующих решений:

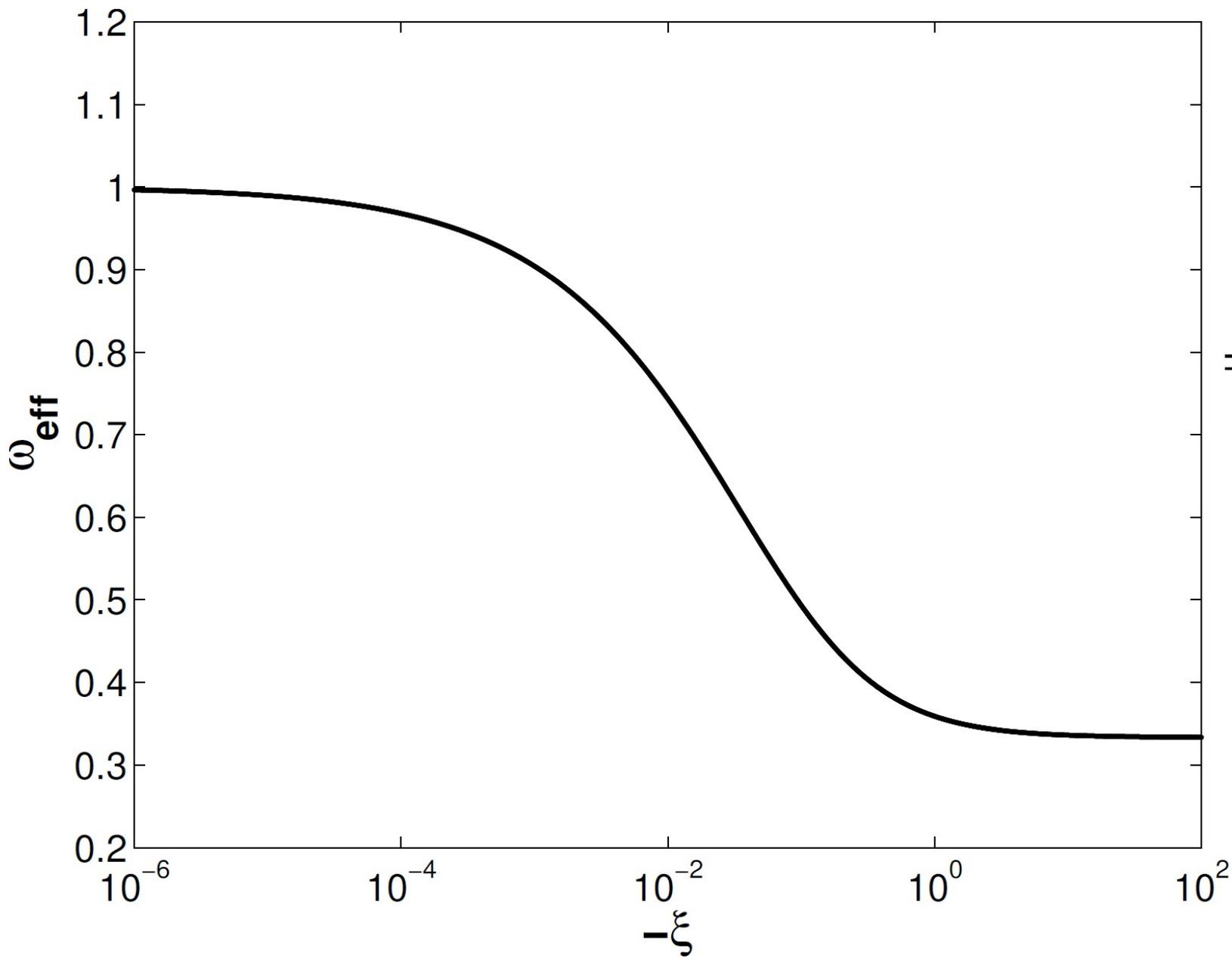
1.  $H_{as} = \pm \sqrt{-\frac{V_0}{6\xi}}$ ,  $\varphi_{as} = \sqrt{-\frac{1}{K\xi}}$ ,  $\omega_{eff} \approx -1$  – решение де Ситтера при  $n=2$ .

2.  $H(t) \sim t$ ,  $\varphi(t) \sim t$ ,  $\omega_{eff} \approx -1$  – аналог решения Рузмайкиных при  $n=4$ .

3.  $a(t) \sim t^\alpha$ ,  $\varphi(t) \sim t^{\alpha(-6\xi - \sqrt{6\xi(6\xi-1)})}$ ,  $\alpha = \frac{1}{3 - 12\xi - 2\sqrt{6\xi(6\xi-1)}}$ ,  $\omega_{eff} = \frac{2}{3\alpha} - 1$  – аттрактор в прошлом при  $n=2$ ,  $n=4$ .

4.  $a(t) \sim e^{H_0 t}$ ,  $\varphi(t) \sim e^{\frac{2H_0 \xi t}{4\xi - 1}}$ ,  $H_0 = const$  – аттрактор в будущем при  $n=2$ .

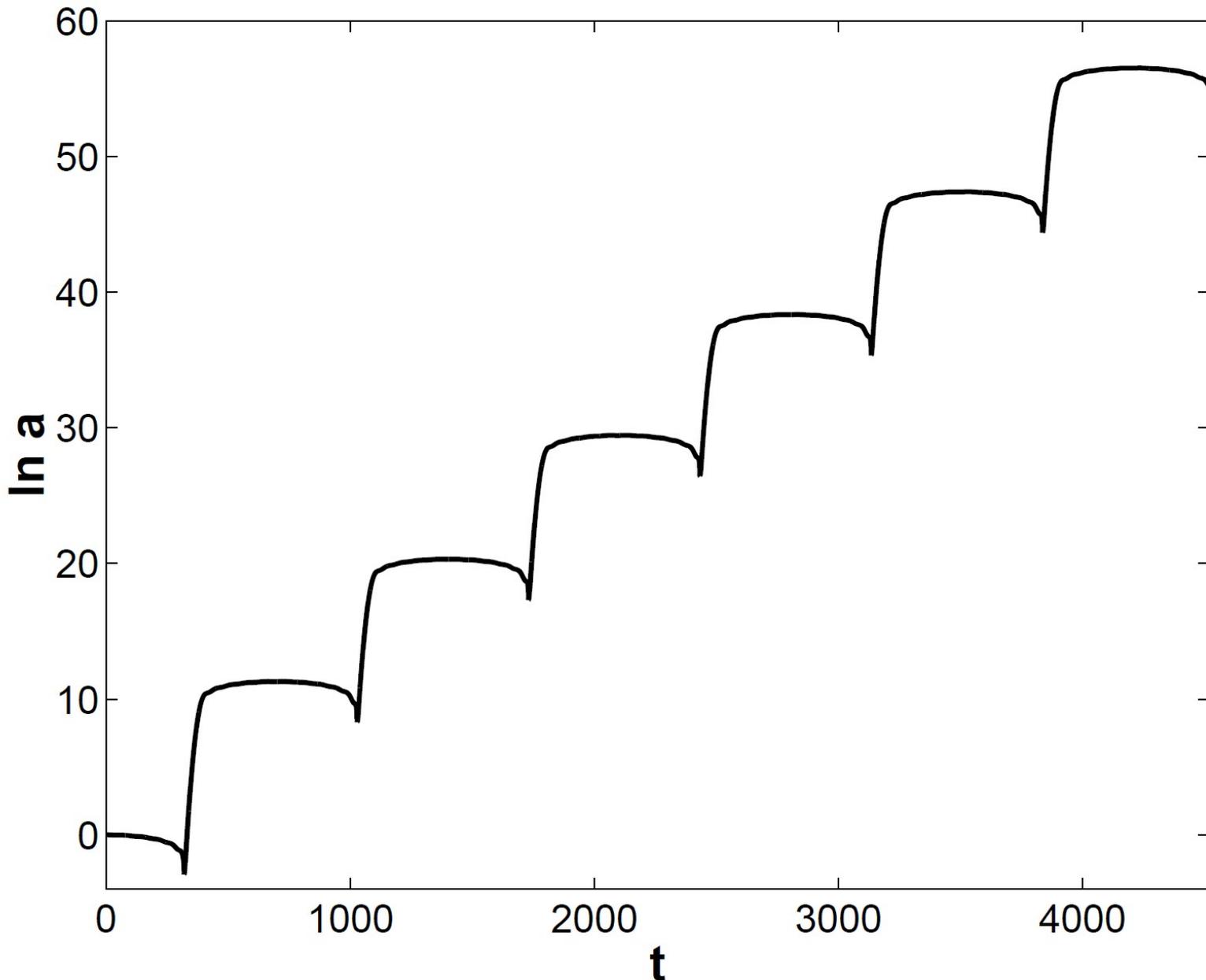
**8** Рис. 1. Зависимость эффективного параметра уравнения состояния  $\omega_{eff}$  от константы связи  $\xi$ , соответствующая асимптотическому решению 3.



$$\omega_{eff} = 1 - 8\xi - \frac{4}{3}\sqrt{6\xi(6\xi - 1)}$$

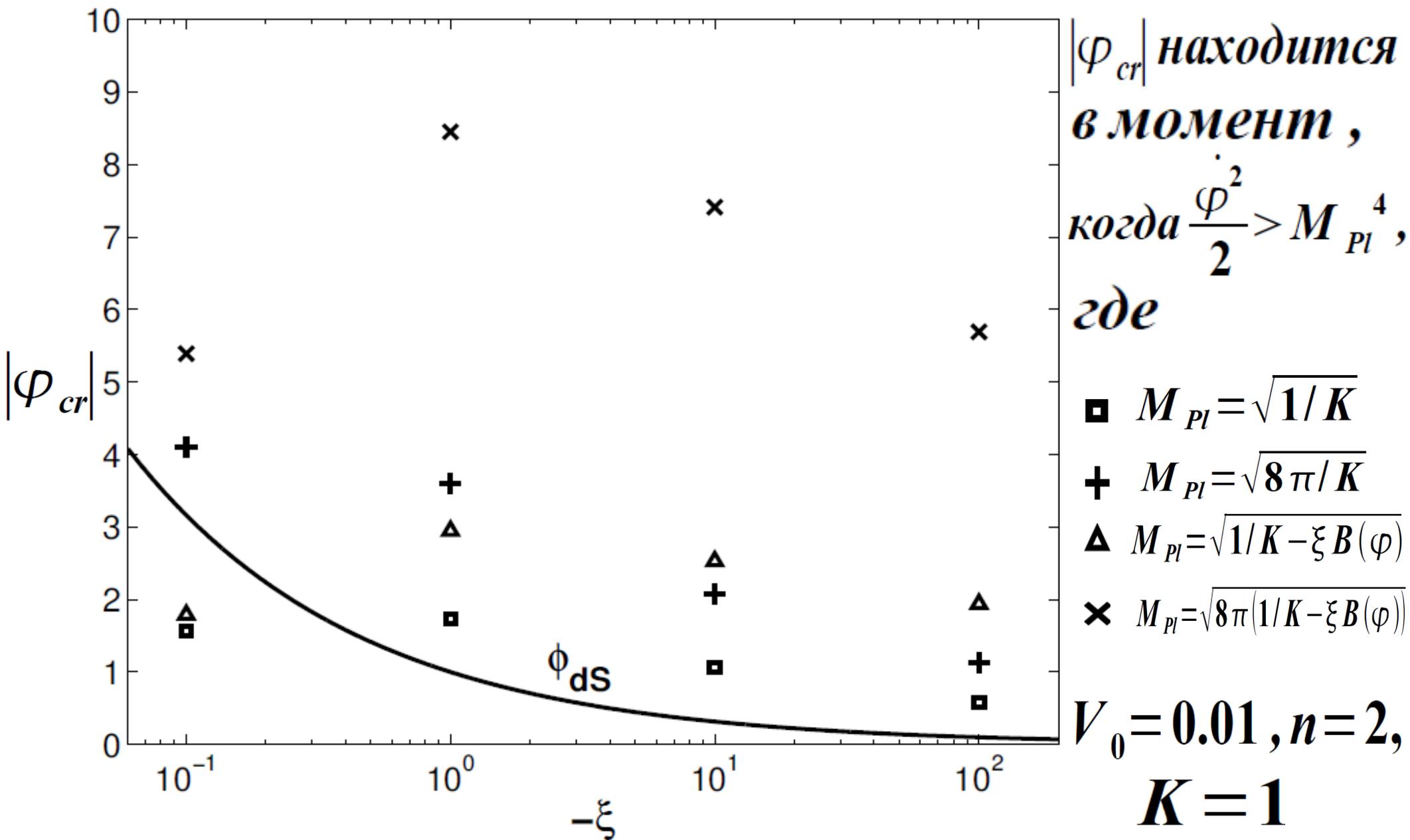
**9**

**Рис. 2. Эволюция циклической Вселенной в модели с неминимальной связью  $B(\varphi) = \varphi^2$ ,  $V(\varphi) = V_0 \varphi^n + \Lambda$ .**

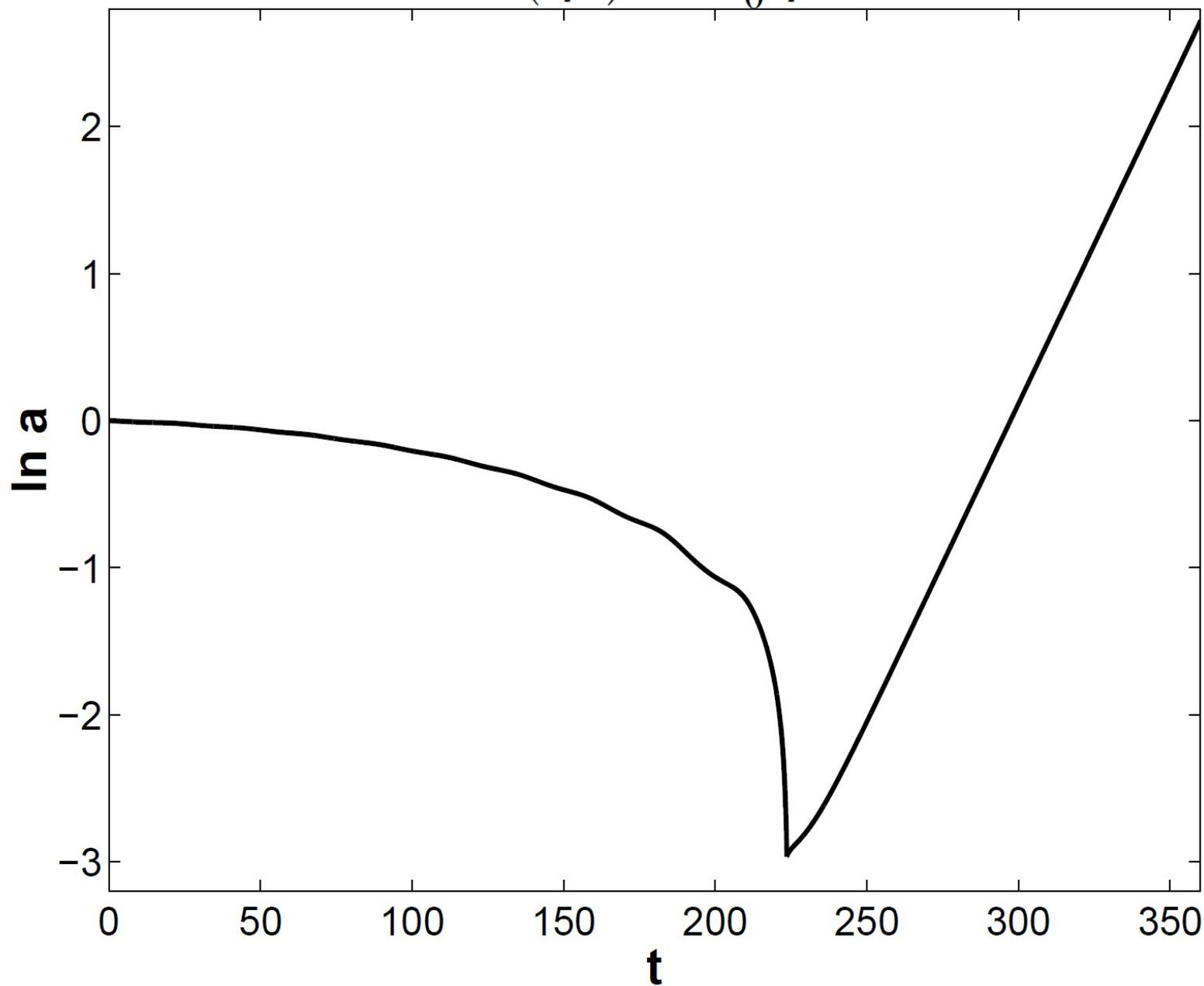


**$V_0 = 0.02,$**   
 **$n = 4,$**   
 **$\Lambda = -1.8 \cdot 10^{-5},$**   
 **$\xi = -1,$**   
 **$K = 1$**

**10** Рис. 3. Зависимость критического значения скалярного поля  $|\varphi_{cr}|$  от константы связи  $\xi$  при  $B(\varphi) = \varphi^2$ ,  $V(\varphi) = V_0 \varphi^n$ .



**11** Рис. 4. Эволюция циклической Вселенной в модели с неминимальной связью  $B(\varphi) = \varphi^2$ ,  
 $V(\varphi) = V_0 \varphi^n + \Lambda$ .



$V_0 = 0.01,$   
 $n = 2,$   
 $\Lambda = -5 \cdot 10^{-5}$   
 $\xi = -1,$   
 $K = 1$

## 2. Основные уравнения для модели с неминимальной кинетической связью

Варьированием действия с лагранжианом **2** получаются уравнения гравитационного и скалярного полей:

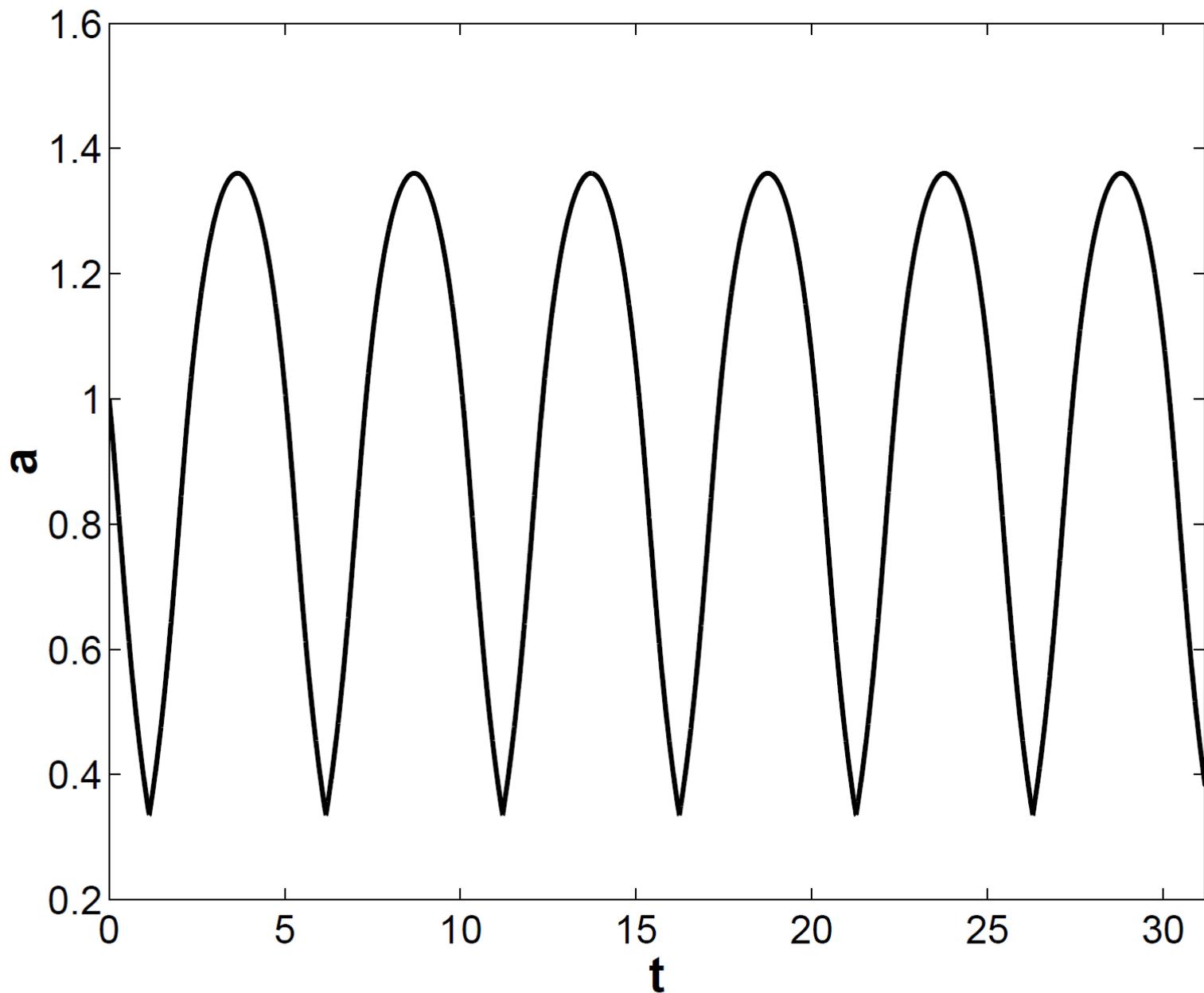
$$3 H^2 = K \left( \frac{1}{2} \dot{\varphi}^2 (1 - 9\kappa H^2) + V(\varphi) \right), \quad (4)$$

$$2 \dot{H} + 3 H^2 = K \left[ -\frac{\dot{\varphi}^2}{2} + V(\varphi) - \kappa \left( \frac{\dot{\varphi}^2}{2} (2 \dot{H} + 3 H^2) + 2 H \dot{\varphi} \ddot{\varphi} \right) \right], \quad (5)$$

$$\ddot{\varphi} + 3 H \dot{\varphi} - 3\kappa (H^2 \ddot{\varphi} + 2 H \dot{H} \dot{\varphi} + 3 H^3 \dot{\varphi}) + V'(\varphi) = 0, \quad (6)$$

где  $' = \frac{d}{d\varphi}$ ,  $K = 8\pi G$ .

**13** Рис. 5. Эволюция циклической Вселенной в модели с неминимальной кинетической связью при  $V(\varphi) = \Lambda$ .



*Асимптотическое решение*

*(Сушков 2009, 2012)*

*– аттрактор в прошлом*

*(Скугорева и др. 2013)*

$$H = \pm \sqrt{\frac{1}{9\kappa}}$$

$$\omega_{eff} \approx -1$$

$$V_0 = \Lambda = -0.01,$$

$$\kappa = 0.1, K = 8\pi$$

# Выводы

1. В данной работе мы расширили предшествующий анализ временной асимметрии в космологии ФРУ со скалярным полем на случай неминимально связанных скалярных полей.
2. Разница в эффективном уравнении состояния  $\omega_{eff}$  на стадиях расширения и сжатия приводит к **временной асимметрии и растущим циклам** в модели с **неминимальной связью и потенциалом 4 степени**.
3. В модели с **неминимальной связью и квадратичным потенциалом** есть случаи, когда **нет циклов** несмотря на разницу  $\omega_{eff}$  на расширении и сжатии. Причина этому – **отсутствие точки поворота**.
4. Модель с **неминимальной кинетической связью** и **постоянным потенциалом** показывает одинаковое  $\omega_{eff}$  на расширении и сжатии. Мы не выявили временной асимметрии, и **все циклы имеют одинаковый размер**.