

Рождение массивных частиц в интенсивном поле плоской волны.

Екатерина Дмитриева, Петр Сатунин

ИЯИ РАН, МГУ

- Рождение частиц в поле плоской волны $\Phi_0 \cos(\omega t - kx)$
 - Безмассовая или маломассивная плоская волна
 - Параметрический резонанс

A.Arza. PRD 105 (2022) 3, 036004 (2009.03870)

- Рождение частиц в конденсате $\Phi_0 \cos(m_\phi t)$
 - Стадия предварительного разогрева после инфляции
 - Усиление параметрического резонанса
 - Хорошо изучено в контексте уравнения Матье

Kofman, Linde, Starobinskiy 94, 97 (hep-th/9405187, hep-ph/9704452)

Khlebnikov, Tkachev 96 (hep-ph/9608458)

Duffaeux et al 06 (hep-ph/0602144)

- Сравнение двух подходов: маломассивная плоская волна с помощью буста переходит в конденсат

- Лагранжиан

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi)^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu\chi)^2 - \frac{1}{2}m_\phi^2\phi^2 - \frac{1}{2}m_\chi^2\chi^2 - g\phi\chi^2,$$

- Классическая волна ϕ в начальном состоянии,
 $\phi(\vec{x}, t) = \Phi_0 \cos(px - \omega t)$
- Рождение через теорию возмущений если $m_\phi > 2m_\chi$
- Непертурбативное рождение χ частиц даже если $m_\phi < 2m_\chi$ при большой амплитуде Φ_0
- Точное решение уравнения Гейзенберга для χ амплитуд

Уравнение Гейзенберга. Плоская волна

Уравнения движения,

$$(\square + m_\phi^2)\phi = -g\chi^2, \leftarrow \text{пренебрегаем на ранних временах}$$

$$(\square + m_\chi^2)\chi = -2g\phi\chi.$$

Фурье для χ_k

$$\chi = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2\Omega_{\vec{k}}}} \left(\chi_{\vec{k}}(t) e^{i\vec{k}\cdot\vec{x}} + \chi_{\vec{k}}(t)^\dagger e^{-i\vec{k}\cdot\vec{x}} \right),$$

где $\Omega_{\vec{k}} = \sqrt{k^2 + m_\chi^2}$ и $[\chi_{\vec{k}}, \chi_{\vec{k}'}] = 0$, $[\chi_{\vec{k}}, \chi_{\vec{k}'}^\dagger] = (2\pi)^3 \delta^3(\vec{k} - \vec{k}')$.

Преобразования Боголюбова $A_{\vec{k}} = \chi_{\vec{k}} + \chi_{-\vec{k}}^\dagger$, уравнение в терминах A_k :

$$(\partial_t^2 + \Omega_{\vec{k}}^2)A_{\vec{k}} = -\omega_{\vec{p}}^2 \alpha \left(\sqrt{\frac{\Omega_{\vec{k}}}{\Omega_{\vec{k}-\vec{p}}}} A_{\vec{k}-\vec{p}} e^{-i\omega_{\vec{p}}t} + \sqrt{\frac{\Omega_{\vec{k}}}{\Omega_{\vec{k}+\vec{p}}}} A_{\vec{k}+\vec{p}} e^{i\omega_{\vec{p}}t} \right),$$

$$\text{где } \alpha \equiv \frac{g\Phi_0}{\omega_{\vec{p}}^2} = \frac{g\sqrt{2\rho_\phi}}{\omega_p^3}.$$

Плоская волна. Приближение малой массы

$$\chi_k \equiv a_k(t)e^{-i\Omega_k t}$$

Ищем резонанс в a_k

$$e^{-i\Omega_{\vec{k}}t}(\ddot{a}_{\vec{k}} - 2i\Omega_{\vec{k}}\dot{a}_{\vec{k}}) = \sigma_{\vec{p}-\vec{k}}a_{\vec{p}-\vec{k}}^\dagger e^{i(\Omega_{\vec{p}-\vec{k}} - \omega_{\vec{p}})t},$$

RWA $\ddot{a}_k \rightarrow 0$

$$-2i\Omega_{\vec{k}}\dot{a}_{\vec{k}} = \sigma_k a_{\vec{p}-\vec{k}}^\dagger e^{i(\Omega_{\vec{k}} + \Omega_{\vec{p}-\vec{k}} - \omega_{\vec{p}})t},$$

где $\sigma_k = g\sqrt{\frac{\rho_\phi/2}{\omega^2\Omega_k\Omega_{p-k}}}$, $\sigma_{p-k} = -\omega^2\alpha\sqrt{\frac{\Omega_k}{\Omega_{p-k}}}$

Резонансное решение $a_{\vec{k}}(t) =$

$$e^{i\epsilon_{\vec{k}}t/2} \left(a_{\vec{k}}(0)(\cosh(s_{\vec{k}}t) - i\frac{\epsilon_{\vec{k}}}{2s_{\vec{k}}}\sinh(s_{\vec{k}}t)) + i\frac{\sigma_{\vec{p}-\vec{k}}}{2s_{\vec{k}}\Omega_{\vec{k}}} a_{\vec{p}-\vec{k}}^\dagger(0)\sinh(s_{\vec{k}}t) \right), \text{ где}$$

$$s_{\vec{k}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\sigma_{\vec{p}-\vec{k}}^2}{\Omega_{\vec{k}}^2} - \epsilon_{\vec{k}}^2} \text{ и } \epsilon_{\vec{k}} = \epsilon_{\vec{p}-\vec{k}} = \Omega_{\vec{k}} + \Omega_{\vec{p}-\vec{k}} - \omega_{\vec{p}}$$

$$\ddot{a}_k \ll \Omega_k \dot{a}_k \quad \rightarrow \quad \alpha \ll 1, \mu \ll 1$$

Граница: $\alpha > \mu^2/2$ - нестабильность

Решение без приближения. $\mu \gtrsim 1$

Не пренебрегаем \ddot{a}_k

$$\text{Анзац: } a_{\vec{k}}(t) = e^{i\epsilon_{\vec{p}-\vec{k}}t/2} \left[a_{\vec{k}}(0) \left(\cosh(s_{\vec{p}-\vec{k}}t) - iC_1 \sinh(s_{\vec{p}-\vec{k}}t) \right) - a_{\vec{p}-\vec{k}}^\dagger(0) \cdot iC_2 \sinh(s_{\vec{p}-\vec{k}}t) \right]$$

$$\text{Коммутаторы} \quad \rightarrow \quad C_1^2 - C_2^2 = -1$$

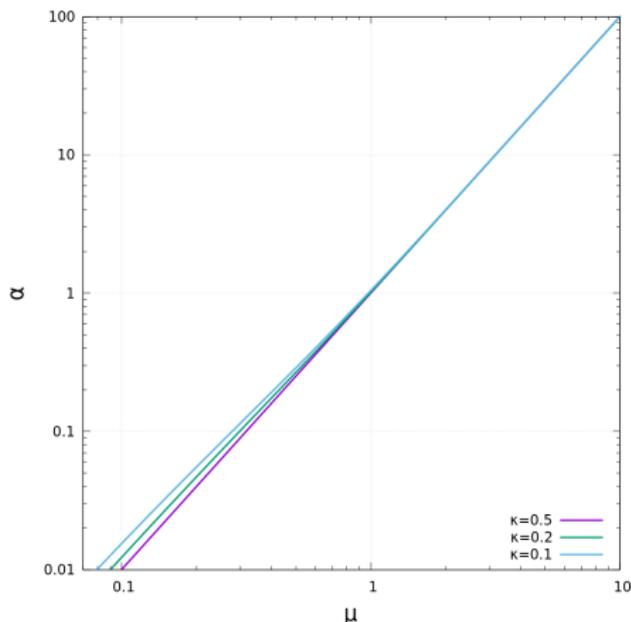
Решение

$$C_1 = \frac{\epsilon_{\vec{p}-\vec{k}}^2/4 - s_{\vec{p}-\vec{k}}^2 - \Omega_{\vec{k}} \epsilon_{\vec{p}-\vec{k}}}{s_{\vec{p}-\vec{k}}(\epsilon_{\vec{p}-\vec{k}} - 2\Omega_{\vec{k}})}, \quad C_2 = \frac{\sigma_{\vec{p}-\vec{k}}}{s_{\vec{p}-\vec{k}}(\epsilon_{\vec{p}-\vec{k}} - 2\Omega_{\vec{k}})},$$

$$s_{\vec{p}-\vec{k}}^2 = -\frac{\epsilon_{\vec{p}-\vec{k}}^2}{4} - 2\Omega_{\vec{k}}^2 + \epsilon_{\vec{p}-\vec{k}}\Omega_{\vec{k}} + \sqrt{\Omega_{\vec{k}}^2 \epsilon_{\vec{p}-\vec{k}}^2 + 4\Omega_{\vec{k}}^4 + \sigma_{\vec{p}-\vec{k}}^2 - 4\epsilon_{\vec{p}-\vec{k}}\Omega_{\vec{k}}^3}.$$

$\alpha = \mu^2/2$ – граница неустойчивости α, μ

Граница неустойчивости. Зависимость $\alpha(\mu)$



$$\alpha_{\vec{k}} = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{\beta_{\vec{v}-\vec{k}}}{\beta_{\vec{k}}} (\beta_{\vec{k}} + \beta_{\vec{v}-\vec{k}} - 1)^2 (-3\beta_{\vec{k}} + \beta_{\vec{v}-\vec{k}} - 1)^2}, \quad (1)$$

для $k = p/2$ $\alpha = \mu^2/2; \mu \gg 1 \rightarrow \alpha = \mu^2/2$ для любых k

Конденсат. Уравнение Матье

Уравнение движения

$$\ddot{\chi}_k + (k^2 + m_\chi^2 + 2g\Phi \cos(m_\phi t)) \chi_k = 0$$

Уравнение Матье

$$\chi_k'' + (A_k + 2q \cos(2z)) \chi_k = 0,$$

где

$$A_k = 4 \frac{k^2 + m_\chi^2}{m_\phi^2}, \quad q = 4 \frac{g\Phi}{m_\phi^2}.$$

Узкий резонанс $q \ll 1$

Широкий резонанс $q \gg 1$

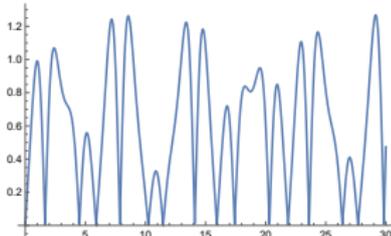
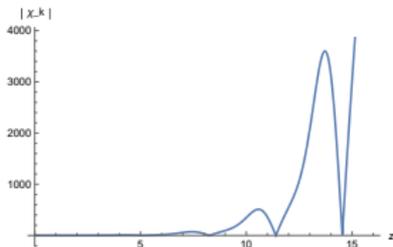
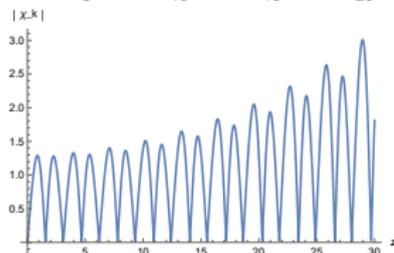
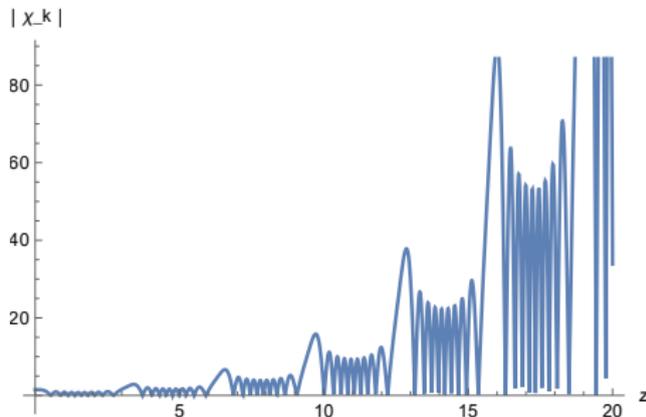
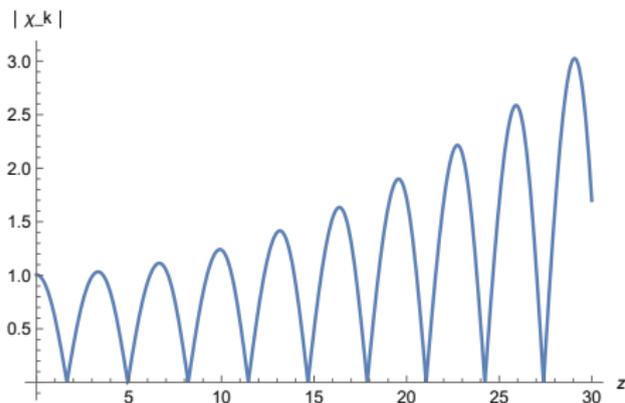
$$\frac{d\omega}{dt} \gtrsim \omega^2$$

Тахионная нестабильность: область широкого резонанса + $A_k < 2q$

K. Lozanov. Reheating after inflation. 2020

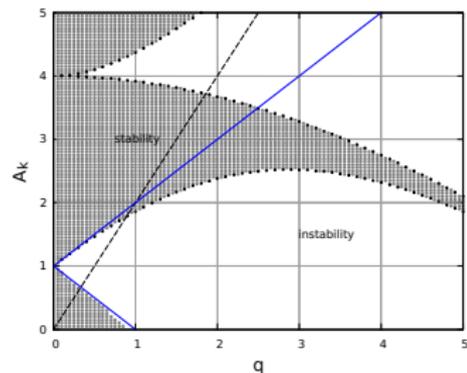
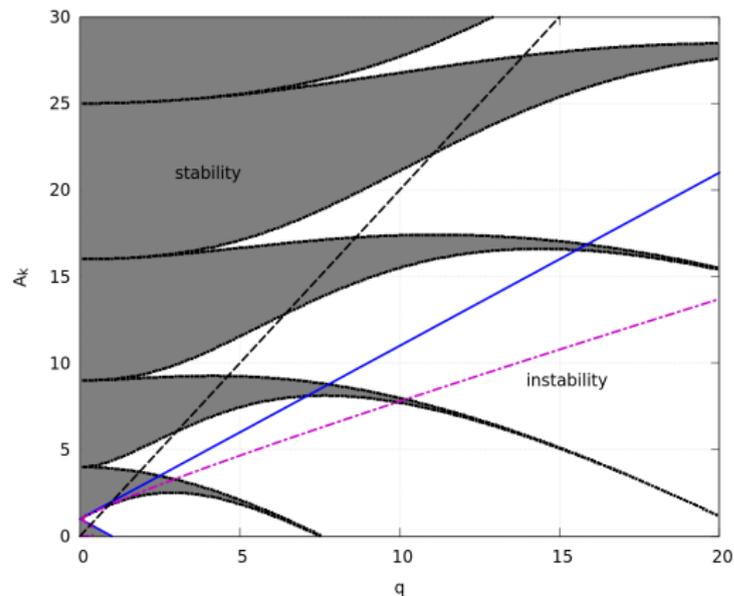
Kofman, Linde, Starobinskiy 97 (hep-ph/9704452)

Резонансные решения



Верхняя линия: Узкий резонанс $A_k = 1$, $q = 0.1$. Широкий резонанс $A_k = 100$, $q = 50$. Нижняя линия: $N = 2$ резонансная полоса, $A_k = 4$, $q = 1$. Тахионный резонанс $A_k = 1$, $q = 1.5$. Область тахионной неустойчивости, $A_k = 3$, $q = 2$

Диаграмма стабильности Матье



Серая область - стабильный регион. Синяя сплошная линия - граница нестабильности для конденсата, полученная из уравнения Гейзенберга. Фиолетовая пунктирная с точками линия - граница нестабильности в приближении. Черная пунктирная линия - $A_k = 2q$.

Сравнение двух подходов. Плоская волна

Переходим к рассмотрению маломассивной плоской волны ϕ вместо безмассовой

Случай $k = p/2 \implies \alpha = \mu^2/2$

В терминах уравнения Матье

$$A_k = \frac{4(k^2 + m_\chi^2)}{\omega^2} = 4\beta_k^2, \quad q = \frac{4g\Phi}{\omega^2} = 4\alpha,$$

$$\omega^2 = p^2 + m_\phi^2$$

Затем делаем буст и переходим к кондансату с $p = 0$ и малой массой $m_\phi < m_\chi$. Тогда

$$\alpha = \mu^2/2 \longrightarrow A_k = 2q$$

Интерпретация через частицы

$N\phi \rightarrow 2\chi$, где N - номер пика

Наш анзац только для первого пика

Решение для конденсата через уравнение Гейзенберга.

$$p = 0$$

$$e^{-i\Omega_k t} [\ddot{a}_k - 2i\Omega_k \dot{a}_k + 2\alpha\omega^2 \cos(m_\phi t) a_k] + e^{i\Omega_k t} [\ddot{a}_{-k}^\dagger + 2i\Omega_k \dot{a}_{-k}^\dagger + 2\alpha\omega^2 \cos(m_\phi t) a_{-k}^\dagger] = 0$$

Решение

$$a_k(t) = e^{i\epsilon_k t/2} \left(a_k(0) \left(\cosh(st) - i \frac{\epsilon_k^2/4 - s^2 - \Omega_k \epsilon_k}{s(2\Omega_k - \epsilon_k)} \sinh(st) \right) - ia_{-k}^\dagger \frac{\alpha\omega^2}{s(2\Omega_k - \epsilon_k)} \sinh(st) \right),$$

где

$$s = \sqrt{\Omega_k^2 (2\Omega_k - \epsilon_k)^2 + \alpha^2 m_\phi^4} - \Omega_k (2\Omega_k - \epsilon_k) - \frac{\epsilon_k^2}{4}.$$

В терминах параметров уравнения Матье для $s^2 = 0$:

$$q = |A_k - 1|,$$

$$\text{where } A_k = 4 \frac{k^2 + m_\chi^2}{m_\phi^2}, \quad q = 4 \frac{g\Phi}{m_\phi^2}.$$

Заключение

- В случае большой массы необходима большая плотность энергии. Ее пороговое значение:

$$\rho_\phi \geq \frac{m_\chi^4 \omega^2}{2g^2}$$

- Для безмассовой плоской волны, для случая $k = p/2$, после буста мы видим, что граница неустойчивости для решения уравнения Гейзенберга и для решения уравнения Матье совпадают, за исключением пиков.
- Для плоской безмассовой волны будет только 1 линия неустойчивости, поскольку, исходя из интерпретации частиц ($N\phi \rightarrow 2\chi$), 2 безмассовые волны не взаимодействуют друг с другом.
- При решении уравнения Гейзенберга для конденсата можно выбрать параметры таким образом, чтобы решение находилось в пределах диапазона широкого резонанса уравнения Матье.

Спасибо за внимание!