

Возможности обнаружения четырех- частичных аномальных калибровочных констант на будущем мюонном коллайдере

Александр Киселев

НИЦ «Курчатовский Институт» - ИФВЭ

**Сессия-конференция секции ядерной физики ОФН РАН,
посвященная 70-летию В.А. Рубакова, 19 февраля 2025 года**

План доклада

- Почему мюоны? Будущий мюонный коллайдер.
- Эффективный Лагранжиан.
- Аномальные $\gamma\gamma$ -константы в рождении пары фотонов на мюонном коллайдере.
- Чувствительность мюонного коллайдера к константам аномального $Z\gamma\gamma$ -взаимодействия.
- Заключение.

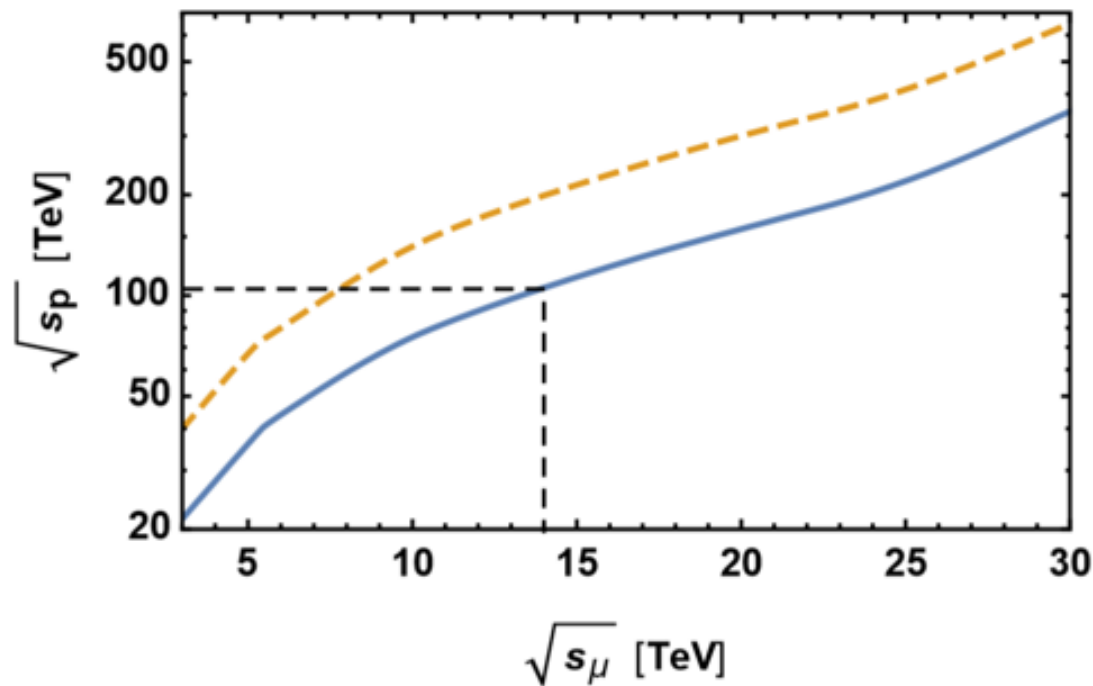
Почему мюоны?

Ф.Ф. Тихонин, К эффектам на встречных и мезонных пучках. Препринт ОИЯИ Р2-4120. Дубна, 1968.

Г.И. Будкер, Ускорители и встречные пучки. Труды VII Международной конференции по высокоэнергетическим ускорителям заряженных частиц (Ереван, 1969), Ереван 1970, т.1, с.33; Труды Международной конференции по физике высоких энергий (Киев, 1970). Дубна, 1970, с.1017.

- Мюоны могут быть ускорены до мульти-ТэВных энергий в компактном кольце без ограничений на синхротронное излучение.**
- Мюоны есть точечные частицы, поэтому вся энергия столкновения будет доступна для рождения вторичных частиц**

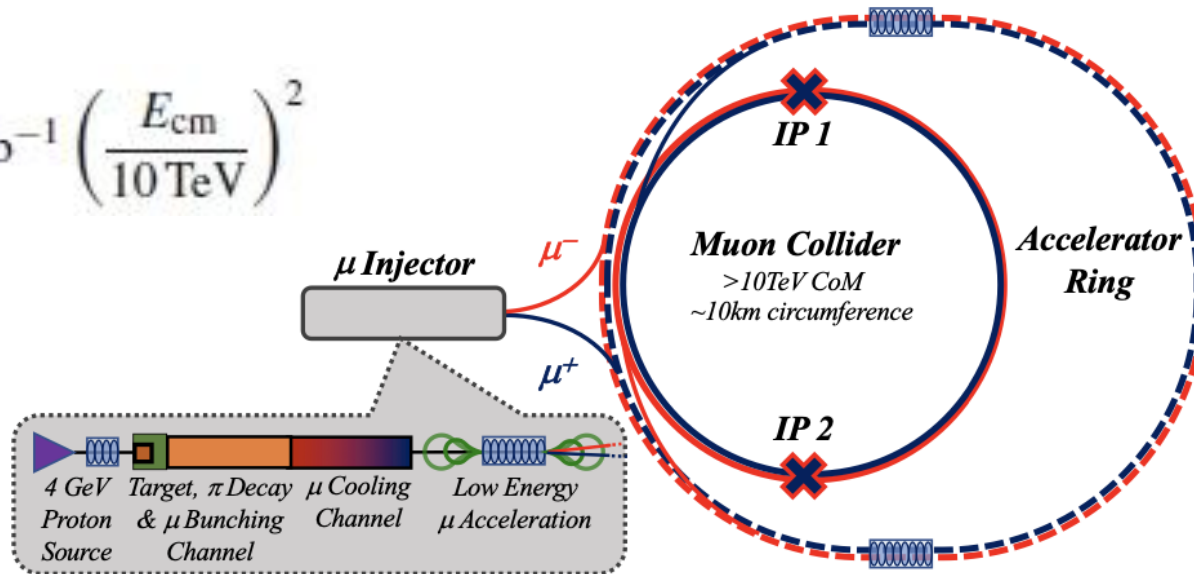
Сравнение сечений рождения пары тяжелых частиц с массами примерно равными половине энергии столкновения – для адронного и мюонного коллайдеров



100 ТэВ (hh) \leftrightarrow 14 ТэВ ($\mu\mu$)

Схема будущего мюонного коллайдера

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = 10 \text{ ab}^{-1} \left(\frac{E_{\text{cm}}}{10 \text{ TeV}} \right)^2$$



(Muon Collider Working Group, arXiv: 1901.06150)

Размер окружности (км):	4.5, 10, 14, 39, 200
Энергия столкновения (ТэВ):	3, 10, 14, 30, 100
Интегральная светимость (аб^{-1}):	2, 20, 40, 90, 1000

Лагранжиан Стандартной модели:
отсутствуют вершины с четырьмя
нейтральными калибровочными бозонами

Лагранжиан эффективной теории поля

Эффективный Лагранжиан, содержащий операторы
размерности 8, которые дают вклад в аномальные
квадратичные калибровочные константы (aQGCs)

$$L_{\text{EFT}} = \sum_i \frac{f_{S,i}}{\Lambda^4} O_{S,i} + \sum_i \frac{f_{M,i}}{\Lambda^4} O_{M,i} + \sum_i \frac{f_{T,i}}{\Lambda^4} O_{T,i}$$

Операторы минимальной размерности, не дающие вклад в
аномальные 3-частичные калибровочные константы (aTGCs),
– это операторы размерности 8

Операторы, состоящие целиком из тензоров напряженности калибровочных полей

тензорные
операторы
 $O_{T,i}$

$$O_{T,0} = \text{Tr}[W_{\mu\nu}W^{\mu\nu}] \times \text{Tr}[W_{\alpha\beta}W^{\alpha\beta}],$$

$$O_{T,1} = \text{Tr}[W_{\alpha\nu}W^{\mu\beta}] \times \text{Tr}[W_{\mu\beta}W^{\alpha\nu}],$$

$$O_{T,2} = \text{Tr}[W_{\alpha\mu}W^{\mu\beta}] \times \text{Tr}[W_{\beta\nu}W^{\nu\alpha}],$$

$$O_{T,5} = \text{Tr}[W_{\mu\nu}W^{\mu\nu}] \times B_{\alpha\beta}B^{\alpha\beta},$$

$$O_{T,6} = \text{Tr}[W_{\alpha\nu}W^{\mu\beta}] \times B_{\mu\beta}B^{\alpha\nu},$$

$$O_{T,7} = \text{Tr}[W_{\alpha\mu}W^{\mu\beta}] \times B_{\beta\nu}B^{\nu\alpha},$$

$$O_{T,8} = B_{\mu\nu}B^{\mu\nu}B_{\alpha\beta}B^{\alpha\beta},$$

$$O_{T,9} = B_{\alpha\mu}B^{\mu\beta}B_{\beta\nu}B^{\nu\alpha}.$$

Именно такие операторы дают вклад в аномальные вершины $\gamma\gamma\gamma$ и $Z\gamma\gamma$

Электрослабое нарушение симметрии

В нарушенной фазе Лагранжиан, описывающий взаимодействие $\gamma\gamma\gamma$, выражается через два оператора физических полей с аномальными константами g_1 и g_2

$$L_{\gamma\gamma\gamma} = g_1(F_{\mu\nu}F^{\mu\nu})(F_{\rho\sigma}F^{\rho\sigma}) + g_2(F_{\mu\nu}F^{\nu\rho}F_{\rho\sigma}F^{\sigma\mu})$$

Константы g_1, g_2 имеют размерность (-4).
Они есть линейные комбинации констант исходного Лагранжиана $f_{T,i}/\Lambda^4$ ($i = 0,1, \dots, 9$)

Возможные источники аномального 4-фотонного взаимодействия

Новые заряженные частицы

$$g \sim Q^4 m^{-4}$$

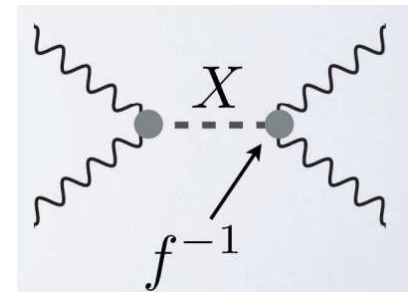
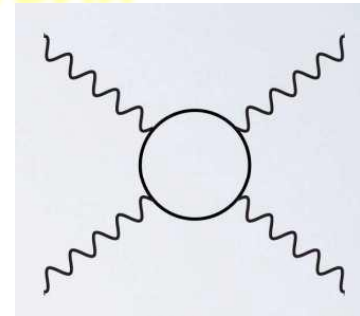
Пример: партнер топ-кварка

Новые нейтральные частицы

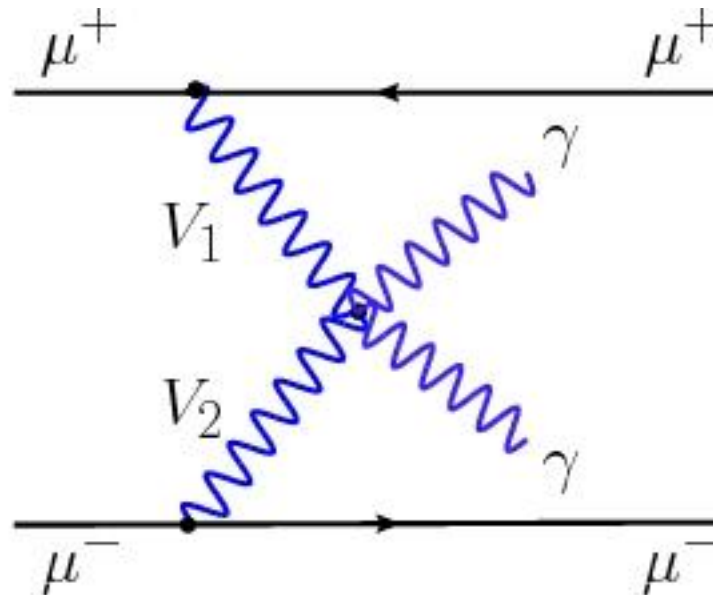
$$g \sim f^{-2} m^{-2}$$

Пример: КК-гравитоны в модели RS с дополнительной размерностью

Если $f_{\text{КК}} \sim 1 \text{ ТэВ}$ и $m_{\text{КК}} \sim \text{несколько ТэВ}$,
получаем оценку: $g \sim 10^{-2} - 10^{-1} \text{ ТэВ}^{-4}$



Рождение пары фотонов в $\mu^+\mu^-$ - рассеянии путем слияния векторных нейтральных бозонов



$$V_{1,2} = \gamma, Z$$

Дифференциальное сечение процесса $\mu^+\mu^- \rightarrow \mu^+ \gamma\gamma \mu^-$

$$d\sigma = \int_{\tau_{\min}}^{\tau_{\max}} d\tau \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} \frac{dx}{x} \sum_{V_1, V_2} f_{V_1/\mu^+}(x, Q^2) f_{V_2/\mu^-}(\tau/x, Q^2) d\hat{\sigma}(V_1 V_2 \rightarrow \gamma\gamma)$$

$$x_{\max} = 1 - \frac{m_\mu}{E_\mu}, \quad \tau_{\max} = \left(1 - \frac{m_\mu}{E_\mu}\right)^2, \quad x_{\min} = \tau/x_{\max}, \quad \tau_{\min} = \frac{p_\perp^2}{E_\mu^2}$$

$f_{V/\mu}(x, Q^2)$ есть распределение векторного бозона V с долей энергии $x = E_V/E_\mu$ в мюонном пучке, где положено $Q^2 = s\tau$

Распределение фотонов в фермионе f (приближение эквивалентных фотонов)

$$f_{\gamma_{\pm}/f}(x, Q^2) = f_{\gamma/f}(x, Q^2) = \frac{\alpha}{4\pi} \frac{1 + (1-x)^2}{x} \ln \frac{Q^2}{m_{\mu}^2}$$

Распределение поляризованных Z бозонов (главное логарифмическое приближение)

$$f_{Z_{\pm}/f}(x, Q^2) = \frac{\alpha_Z}{4\pi} \frac{(g_V^f \mp g_A^f)^2 + (g_V^f \pm g_A^f)^2 (1-x)^2}{x} \ln \frac{Q^2}{m_Z^2}$$

$$f_{Z_0/f}(x, Q^2) = \frac{\alpha_Z}{\pi} \frac{[(g_V^f)^2 + (g_A^f)^2](1-x)}{x},$$

Дифференциальное сечение процесса $V_1 V_2 \rightarrow \gamma\gamma$

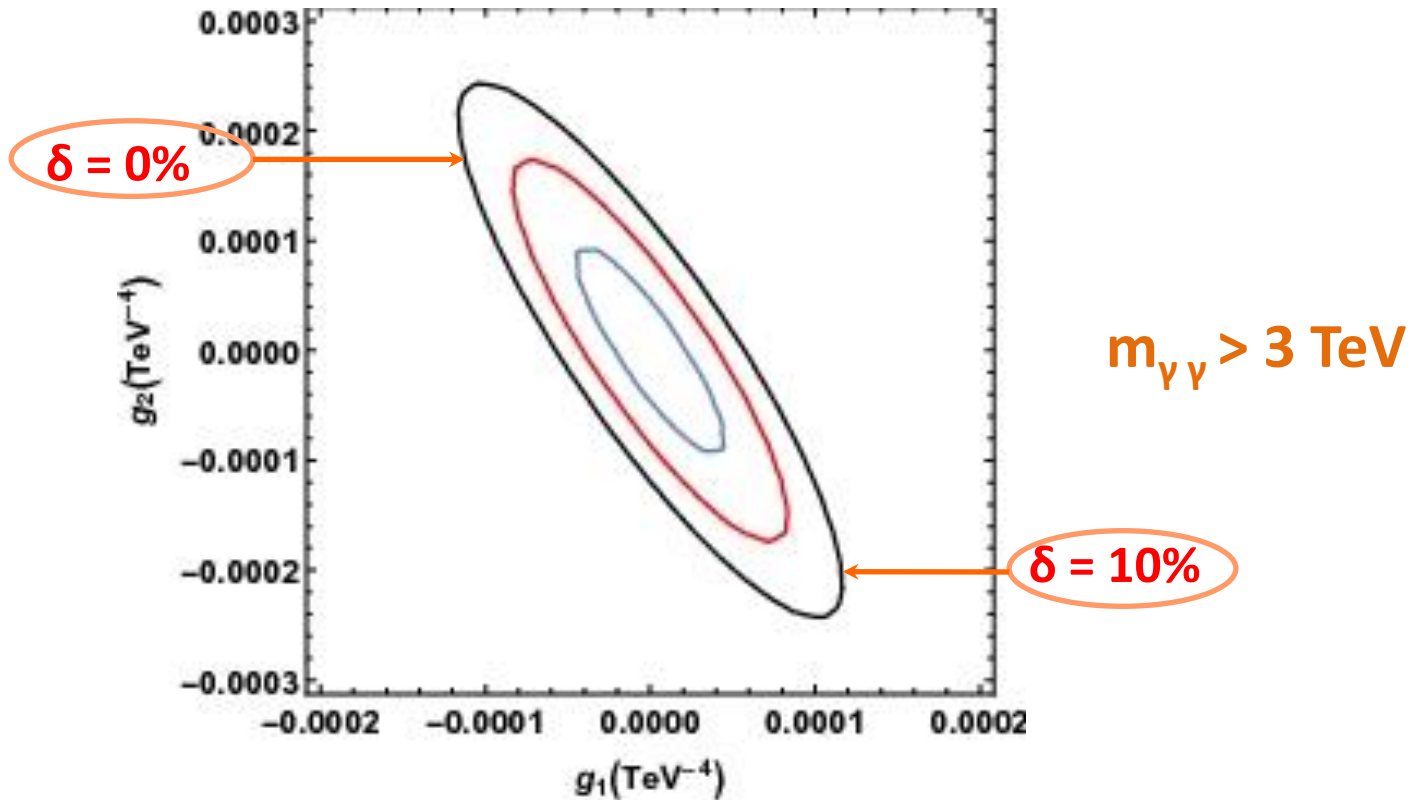
$$\frac{d\hat{\sigma}}{d\Omega}(V_1 V_2 \rightarrow \gamma\gamma) = \frac{1}{64\pi^2 \hat{s}} \sum_{\lambda_3, \lambda_4} |M_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4}|^2,$$

Ненулевые спиральные амплитуды для процесса рассеяния $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ с $\lambda_1 = +1$

$$M_{++++}(s, t, u) = \frac{(4g_1 + 3g_2)}{2} s^2,$$

$$M_{++--}(s, t, u) = \frac{(4g_1 + g_2)}{2} (s^2 + t^2 + u^2),$$

$$M_{+--+}(s, t, u) = \frac{(4g_1 + 3g_2)}{2} u^2,$$



(Amarkhail, Inan & A.K., NPB 1005, 116592 (2024))

Области аномальных констант g_1 и g_2 , которые можно исключить в процессе рассеяния $\mu^+\mu^- \rightarrow \mu^+ \gamma \gamma \mu^-$ на мюонном коллайдере с достоверностью 95%. Энергия столкновения 14 ТэВ, интегральная светимость $\mathcal{L} = 20 \text{ аб}^{-1}$. Систематическая ошибка δ : 0%, 5% и 10%. Размерность констант ТэВ⁻⁴.

Экспериментальные ограничения и феноменологические оценки на aQGCs

CMS & TOTEM (13 ТэВ):

$$|g_1| < 2.9 \cdot 10^{-1} \text{ ТэВ}^{-4} \quad (g_2 = 0)$$

$$|g_2| < 6.0 \cdot 10^{-1} \text{ ТэВ}^{-4} \quad (g_1 = 0)$$

HL-LHC (14 ТэВ, 3 аб⁻¹):

$$g_1 (g_2) < 1 \cdot 10^{-2} \text{ ТэВ}^{-4}$$

FCC-hh (100 ТэВ, 3 аб⁻¹):

$$g_1 (g_2) < 2 \cdot 10^{-4} \text{ ТэВ}^{-4}$$

Аномальное взаимодействие $Z\gamma\gamma$

$$L_{\gamma\gamma Z} = \zeta_1 (F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}) (F_{\rho\sigma} Z^{\rho\sigma}) + \zeta_2 (F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu} F_{\rho\sigma} \tilde{Z}^{\rho\sigma})$$

Связь констант ζ_1, ζ_2 с константами $f_{T,i}/\Lambda^4$ исходного Лагранжиана (без электрослабого нарушения)

$$\zeta_1 = \frac{c_w^3 s_w}{\Lambda^4} [f_{T,5} + f_{T,6} - 4f_{T,8}] + \frac{c_w s_w^3}{\Lambda^4} [f_{T,0} + f_{T,1} - f_{T,5} - f_{T,6}],$$

$$\zeta_2 = \frac{c_w^3 s_w}{\Lambda^4} [f_{T,7} - 4f_{T,9}] + \frac{c_w s_w^3}{\Lambda^4} [f_{T,2} - f_{T,7}].$$

Наши ограничения на аномальные константы

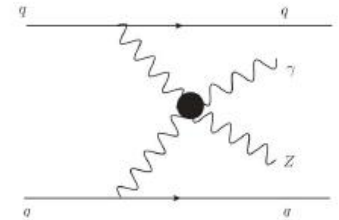
(Amarkhail, Inan & A.K., JPG 52, 015001 (2025))

		3 TeV	14 TeV	100 TeV
$ f_{T,0}/\Lambda^4 , \text{TeV}^{-4}$	$\delta = 0\%$	3.06×10^{-2}	9.68×10^{-5}	5.07×10^{-8}
	$\delta = 5\%$	3.65×10^{-2}	1.78×10^{-4}	1.48×10^{-7}
	$\delta = 10\%$	4.51×10^{-2}	2.48×10^{-4}	2.04×10^{-7}
$ f_{T,1}/\Lambda^4 , \text{TeV}^{-4}$	$\delta = 0\%$	3.06×10^{-2}	9.68×10^{-5}	5.07×10^{-8}
	$\delta = 5\%$	3.65×10^{-2}	1.78×10^{-4}	1.48×10^{-7}
	$\delta = 10\%$	4.51×10^{-2}	2.48×10^{-4}	2.04×10^{-7}
$ f_{T,2}/\Lambda^4 , \text{TeV}^{-4}$	$\delta = 0\%$	2.23×10^{-1}	7.05×10^{-4}	3.70×10^{-7}
	$\delta = 5\%$	2.65×10^{-1}	1.65×10^{-3}	1.10×10^{-6}
	$\delta = 10\%$	3.30×10^{-1}	1.80×10^{-3}	1.49×10^{-6}
$ f_{T,5,6}/\Lambda^4 , \text{TeV}^{-4}$	$\delta = 0\%$	4.29×10^{-2}	1.36×10^{-4}	7.11×10^{-8}
	$\delta = 5\%$	5.12×10^{-2}	2.49×10^{-4}	2.08×10^{-7}
	$\delta = 10\%$	6.33×10^{-2}	3.47×10^{-4}	2.87×10^{-7}
$ f_{T,7}/\Lambda^4 , \text{TeV}^{-4}$	$\delta = 0\%$	8.98×10^{-2}	2.84×10^{-4}	1.49×10^{-7}
	$\delta = 5\%$	1.07×10^{-1}	6.63×10^{-4}	4.42×10^{-7}
	$\delta = 10\%$	1.33×10^{-1}	7.24×10^{-4}	5.98×10^{-7}
$ f_{T,8}/\Lambda^4 , \text{TeV}^{-4}$	$\delta = 0\%$	7.65×10^{-3}	2.42×10^{-5}	1.27×10^{-8}
	$\delta = 5\%$	9.12×10^{-3}	4.44×10^{-5}	3.70×10^{-8}
	$\delta = 10\%$	1.13×10^{-2}	6.19×10^{-5}	5.12×10^{-8}
$ f_{T,9}/\Lambda^4 , \text{TeV}^{-4}$	$\delta = 0\%$	1.6×10^{-2}	5.06×10^{-5}	2.65×10^{-8}
	$\delta = 5\%$	1.9×10^{-2}	1.18×10^{-4}	7.88×10^{-8}
	$\delta = 10\%$	2.37×10^{-2}	1.29×10^{-4}	1.07×10^{-7}

Ограничения на аномальные константы полученные на БАК при энергии 13 ТэВ

(ATLAS Collaboration, JHEP 06, 082 (2023))

Coefficient	Observed limit [TeV ⁻⁴]	Expected limit [TeV ⁻⁴]
f_{T0}/Λ^4	$[-9.4, 8.4] \times 10^{-2}$	$[-1.3, 1.2] \times 10^{-1}$
f_{T5}/Λ^4	$[-8.8, 9.9] \times 10^{-2}$	$[-1.2, 1.3] \times 10^{-1}$
f_{T8}/Λ^4	$[-5.9, 5.9] \times 10^{-2}$	$[-8.1, 8.0] \times 10^{-2}$
f_{T9}/Λ^4	$[-1.3, 1.3] \times 10^{-1}$	$[-1.7, 1.7] \times 10^{-1}$
f_{M0}/Λ^4	$[-4.6, 4.6]$	$[-6.2, 6.2]$
f_{M1}/Λ^4	$[-7.7, 7.7]$	$[-1.0, 1.0] \times 10^1$
f_{M2}/Λ^4	$[-1.9, 1.9]$	$[-2.6, 2.6]$



Заключение

- Изучены возможности будущего мюонного коллайдера по поиску аномальных констант $\gamma\gamma\gamma$ и $Z\gamma\gamma$ взаимодействия в рождении пары фотонов.
Получены пределы на константы, которые могут быть достигнуты в этом процессе.
- Для энергии 14 ТэВ ограничения для $\gamma\gamma\gamma$ констант имеют вид: $g_1 = 2.2 \cdot 10^{-5} \text{ ТэВ}^{-4}$ ($g_2 = 0$), $g_2 = 4.6 \cdot 10^{-5} \text{ ТэВ}^{-4}$ ($g_1 = 0$).
Данные ограничения на несколько порядков более жесткие, чем имеющиеся предсказания для коллайдера HL-LHC с интегральной светимостью $\mathcal{L} = 3 \text{ аб}^{-1}$.

- Найдены значения констант аномального $\gamma\gamma Z$ -взаимодействия, которые могут быть измерены на мюонном коллайдере. Так, для энергии 14 ТэВ имеем: $\zeta_1 = 3.1 \cdot 10^{-5} \text{ ТэВ}^{-4}$, $\zeta_2 = 6.5 \cdot 10^{-5} \text{ ТэВ}^{-4}$.
- Данные с LHC (ATLAS): пределы на константы слабее на несколько порядков. Предсказания для HL-LHC: $2.1 \cdot 10^{-1} \text{ ТэВ}^{-4}$; для HE-LHC с энергией 27 ТэВ и $\mathcal{L} = 15 \text{ аб}^{-1}$: $2.8 \cdot 10^{-2} \text{ TeV}^{-4}$.
- Полученные результаты говорят о большом потенциале будущего мюонного коллайдера по поиску физики за пределами СМ.

**Спасибо за
внимание!**

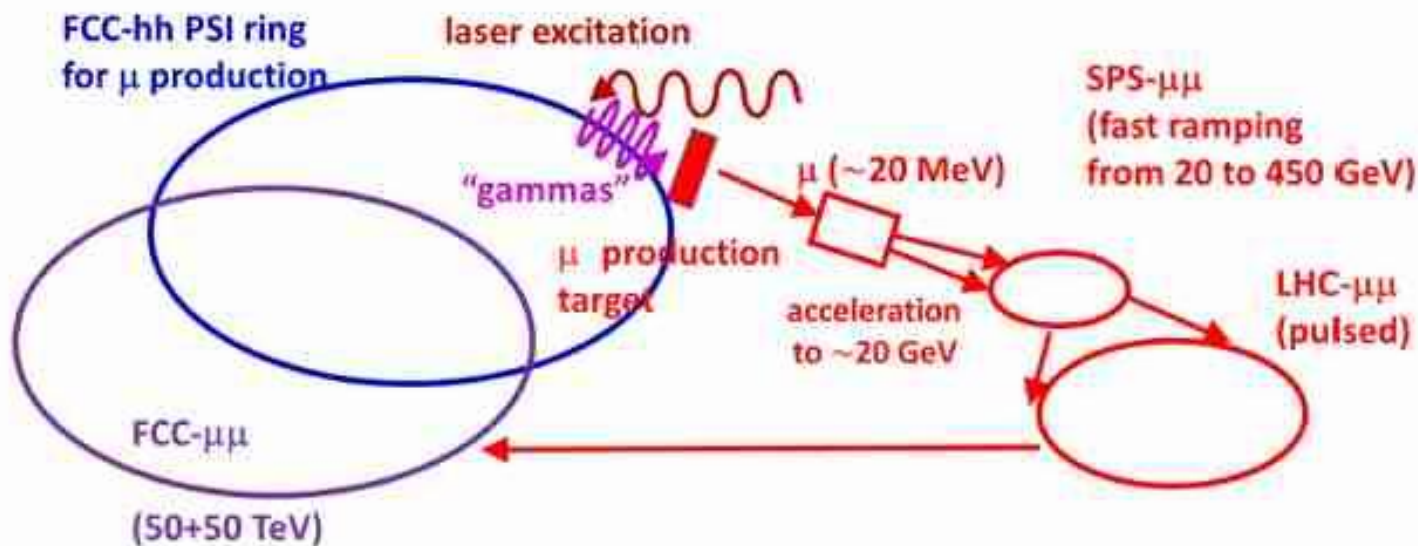
Back-up slides

The target integrated luminosity is obtained by considering the cross-section of a typical $2 \rightarrow 2$ scattering processes mediated by the electroweak interactions, $\sigma \sim 1 \text{ fb} \cdot (10 \text{ TeV})^2 / E_{\text{cm}}^2$. In order to measure such cross-sections with good (percent-level) precision and to exploit them as powerful probes of short distance physics, around ten thousand events are needed. The corresponding integrated luminosity is

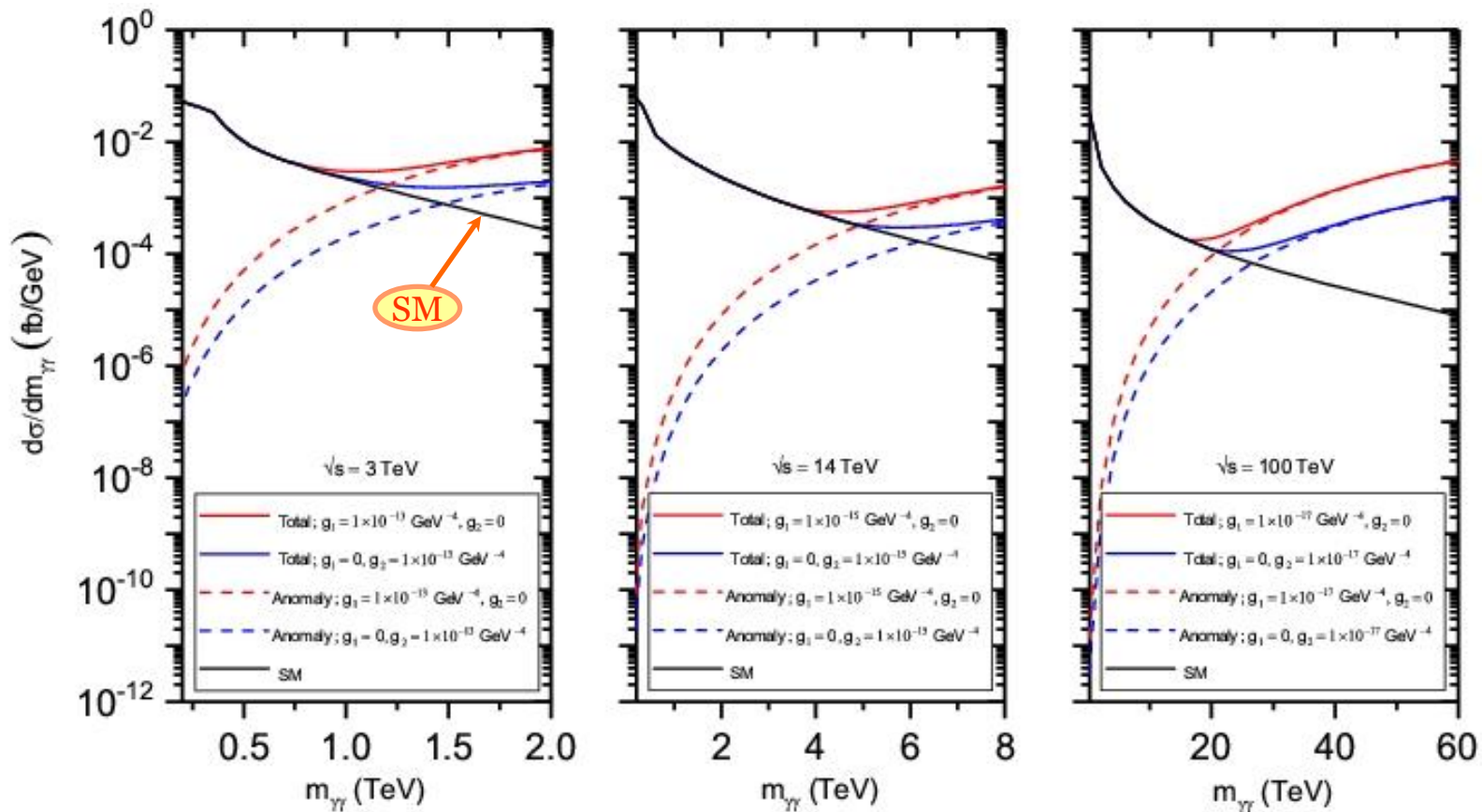
$$\mathcal{L}_{\text{int}} = 10 \text{ ab}^{-1} \left(\frac{E_{\text{cm}}}{10 \text{ TeV}} \right)^2$$

100 TeV muon collider based on FCC complex

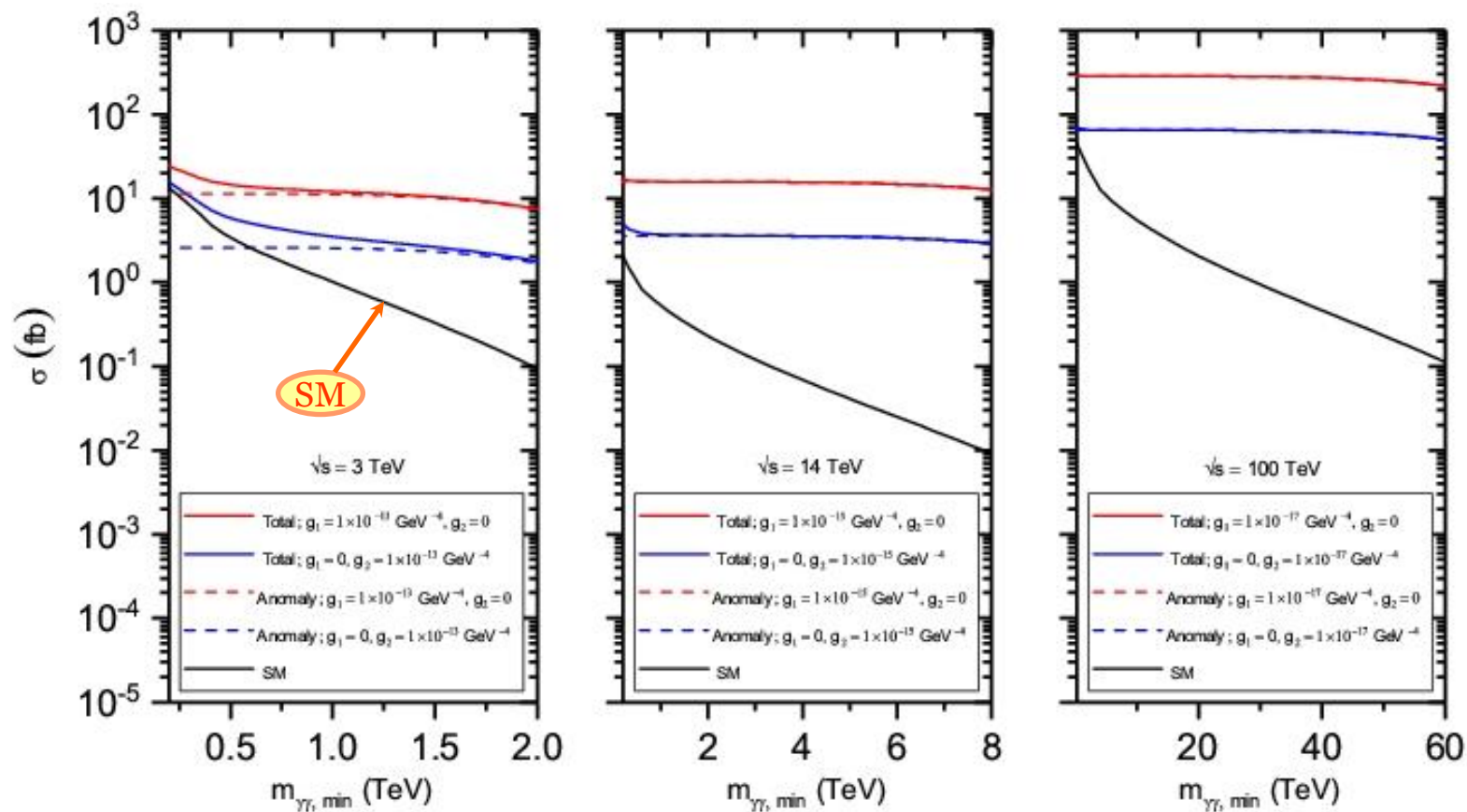
100 TeV μ collider FCC- $\mu\mu$ with FCC-hh PSI μ^\pm production



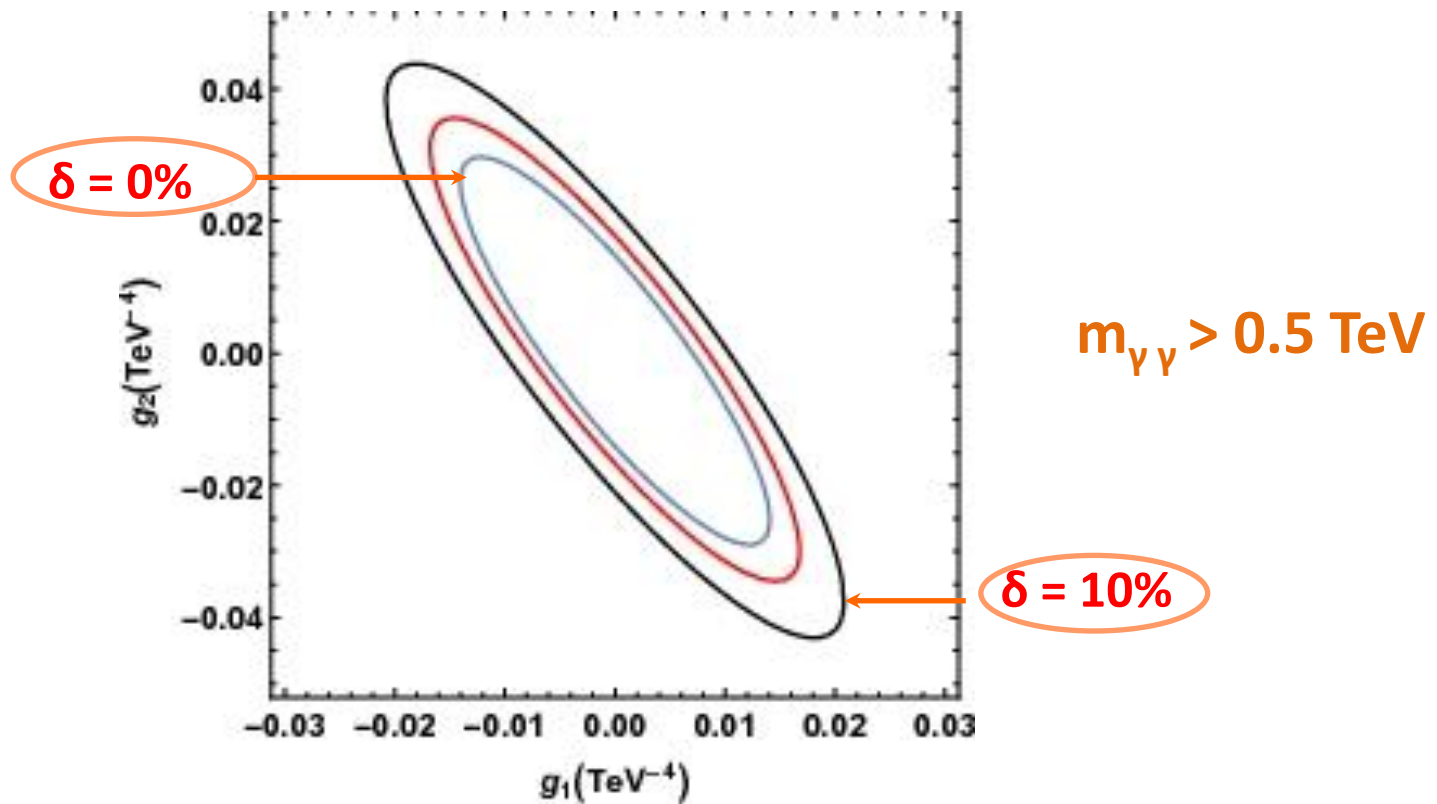
p - γ collision \rightarrow pion beam \rightarrow decay into muons



Differential cross sections for $\mu+\mu^- \rightarrow \mu+ \gamma\gamma \mu^-$ scattering at future muon collider vs. diphoton invariant mass $m_{\gamma\gamma}$. The center-of-mass energy is equal to 3 TeV, 14 TeV, and 100 TeV.



Total cross sections for $\mu+\mu^- \rightarrow \mu+ \gamma\gamma \mu^-$ scattering at future muon collider vs. *minimal* value of diphoton invariant mass $m_{\gamma\gamma}$. The center-of-mass energy is equal to 3 TeV, 14 TeV, and 100 TeV.



(Amarkhail, Inan & A.K., NPB 1005, 116592 (2024))

Области аномальных констант g_1 , g_2 , которые можно исключить в процессе рассеяния $\mu^+\mu^- \rightarrow \mu^+ \gamma \gamma \mu^-$ на мюонном коллайдере с достоверностью 95%. Энергия столкновения 3 ТэВ, интегральная светимость 1 ab^{-1} . Систематическая ошибка равна 0%, 5% и 10%. Размерность констант ТэВ^{-4} .

Unitarity bounds on anomalous couplings

Partial-wave expansion in c.m.s.

(Jacob & Wick Ann. Phys. 7, 404 (1959))

$$M_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}(s, \theta, \varphi) = 16\pi \sum_J (2J+1) \sqrt{(1+\delta_{\lambda_1\lambda_2})(1+\delta_{\lambda_3\lambda_4})} \\ \times e^{i(\lambda-\mu)\varphi} d_{\lambda\mu}^J(\theta) T_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}^J(s),$$

$$\lambda = \lambda_1 - \lambda_2, \quad \mu = \lambda_3 - \lambda_4$$

Partial-wave amplitude

$$T_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}^J(s) = \frac{1}{32\pi} \frac{1}{\sqrt{(1+\delta_{\lambda_1\lambda_2})(1+\delta_{\lambda_3\lambda_4})}} \int_{-1}^1 M_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}(s, z) d_{\lambda\mu}^J(z) dz$$

Partial-wave unitarity

$$|T_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}^J(s)| \leq 1$$

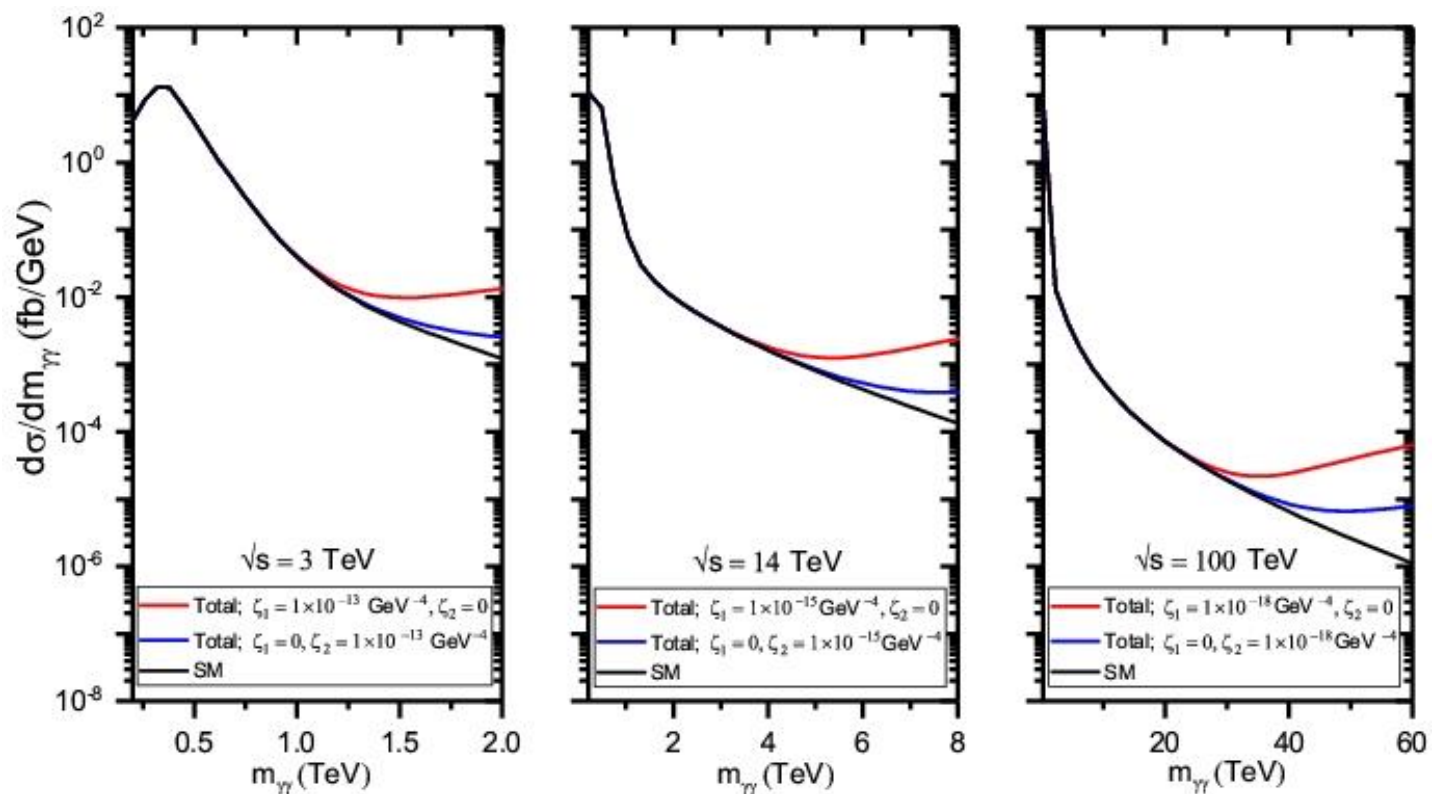
→ Unitarity bounds:

$$g_1 < 2\pi/s^2$$

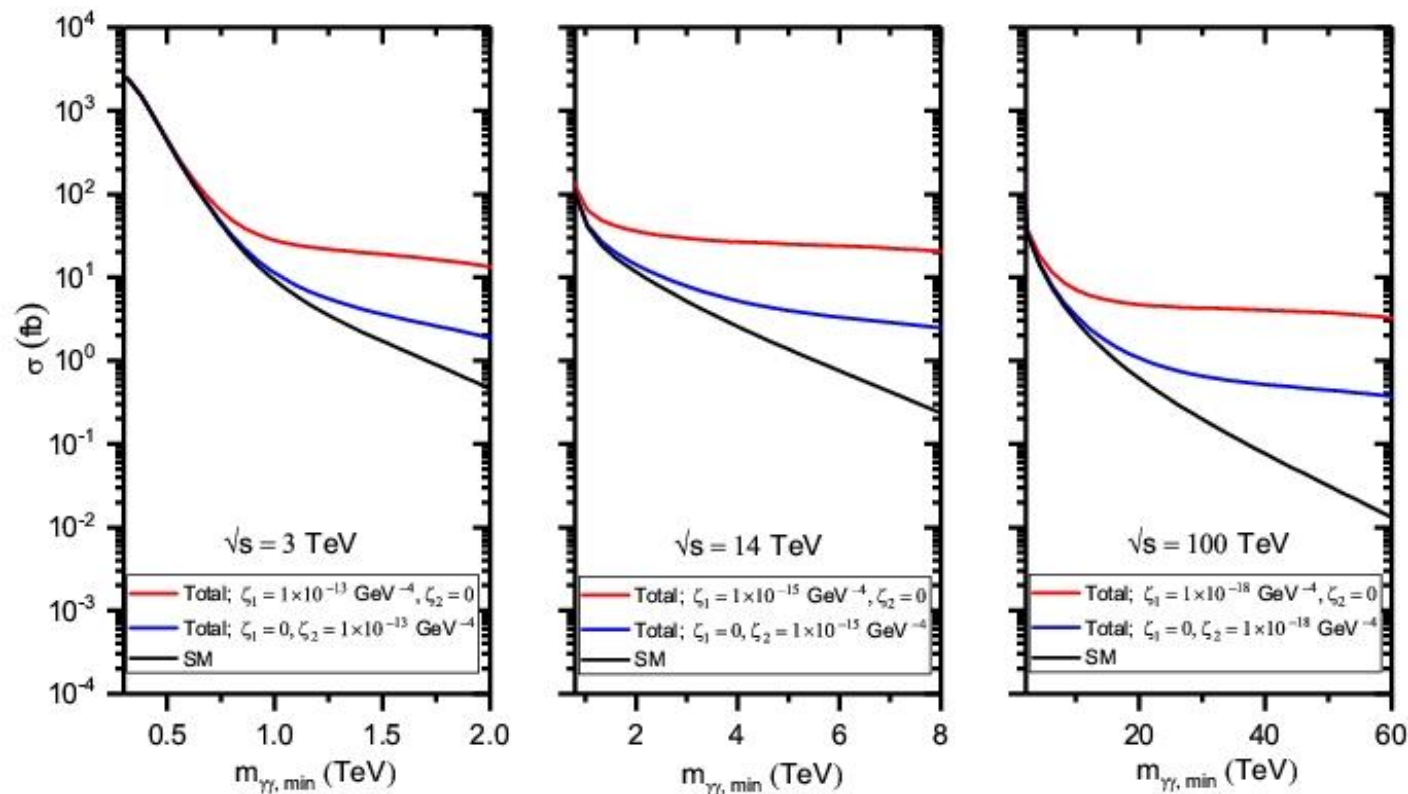
$$g_2 < (16\pi/3)/s^2$$

$$g_1 < 7.8 \cdot 10^{-2} \text{ TeV}^{-4} \quad (3 \text{ TeV})$$
$$< 1.6 \cdot 10^{-4} \text{ TeV}^{-4} \quad (14 \text{ TeV})$$

$$g_2 < 2.1 \cdot 10^{-1} \text{ TeV}^{-4} \quad (3 \text{ TeV})$$
$$< 4.4 \cdot 10^{-4} \text{ TeV}^{-4} \quad (14 \text{ TeV})$$



Differential cross sections for $\mu^+\mu^- \rightarrow \mu^+\gamma\gamma$ scattering at future muon collider vs. diphoton invariant mass $m_{\gamma\gamma}$. The collision energy is equal to 3 TeV, 14 TeV, and 100 TeV.



Total cross sections for $\mu+\mu^- \rightarrow \mu+ \gamma\gamma \mu^-$ scattering at future muon collider vs. *minimal* value of diphoton invariant mass $m_{\gamma\gamma}$. The collision energy is equal to 3 TeV, 14 TeV, and 100 TeV.

Exclusion significance (δ = percentage systematic error)

(Y.Zhang & J.Shen, EPJC 80, 811, 2020)

$$S_{\text{excl}} = \sqrt{2} \left[s - b \ln \left(\frac{b+s+x}{2b} \right) - \frac{1}{\delta^2} \ln \left(\frac{b-s+x}{2b} \right) - (b+s-x) \left(1 + \frac{1}{\delta^2 b} \right) \right]^{1/2}$$

s (b) = number of signal (background) events

In the limit $\delta = 0$

$$x = \sqrt{(s+b)^2 - 4\delta^2 s b^2 / (1 + \delta^2 b)}$$

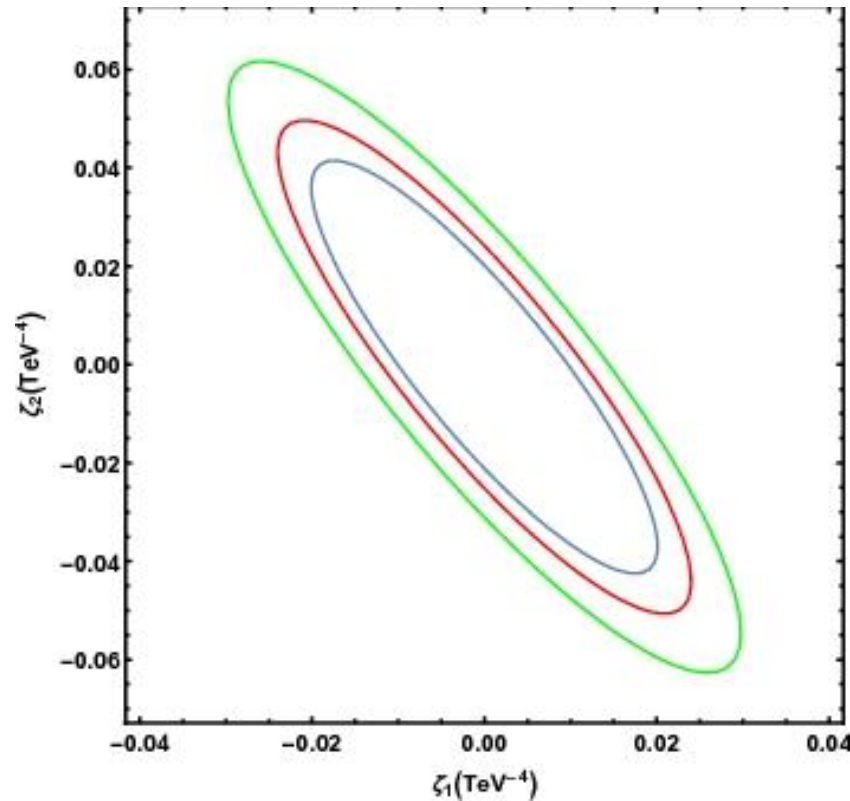
$$S_{\text{excl}} = \sqrt{2 \left[s - b \ln \left(1 + \frac{s}{b} \right) \right]}$$

$s \ll b$



$$S_{\text{excl}} = \frac{s}{\sqrt{b}}$$

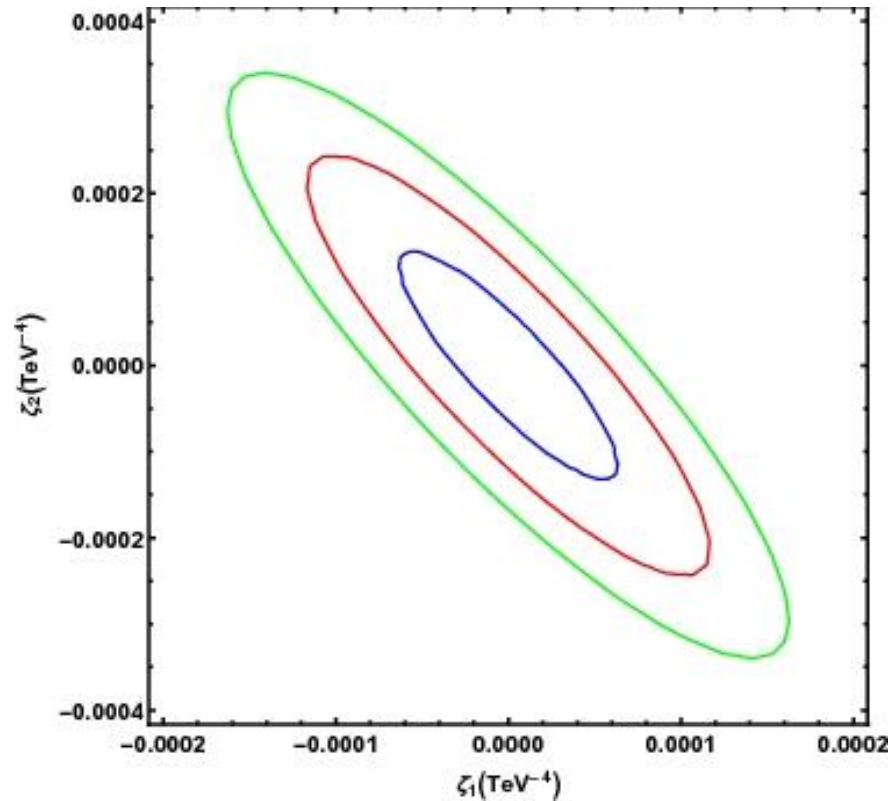
$S_{\text{excl}} \geq 1.645$ is the region that
can be excluded at 95% C.L.



$m_{\gamma\gamma} > 2 \text{ TeV}$

(Amarkhail, Inan & A.K., JPG 52, 015001 (2025))

95% C.L. exclusion regions for couplings ζ_1 , ζ_2 for collision $\mu+\mu^- \rightarrow \mu+\gamma\gamma\mu^-$ at muon collider. Systematic errors are 0% (blue ellipse), 5% (red ellipse), and 10% (green ellipse). The collision energy is 3 TeV, integrated luminosity is 1 ab^{-1} .



$$m_{\gamma\gamma} > 8 \text{ TeV}$$

Области аномальных констант ζ_1 , ζ_2 , которые можно исключить на мюонном коллайдере с достоверностью 95%. Энергия столкновения 14 ТэВ, интегральная светимость 20 ab^{-1} . Систематическая ошибка равна 0%, 5% и 10%. Размерность констант ТэВ⁻⁴.

Table 1: The 95% C.L. exclusion bounds on the anomalous quartic couplings ζ_1 and ζ_2 , with the integrated luminosity of 1 ab^{-1} , 20 ab^{-1} , and 1000 ab^{-1} for the 3 TeV, 14 TeV, and 100 TeV muon collider.

		3 TeV	14 TeV	100 TeV
$ \zeta_1 , \text{ TeV}^{-4}$ ($\zeta_2 = 0$)	$\delta = 0\%$	9.90×10^{-3}	3.13×10^{-5}	1.64×10^{-8}
	$\delta = 5\%$	1.18×10^{-2}	5.75×10^{-5}	4.79×10^{-8}
	$\delta = 10\%$	1.46×10^{-2}	8.01×10^{-5}	6.61×10^{-8}
$ \zeta_2 , \text{ TeV}^{-4}$ ($\zeta_1 = 0$)	$\delta = 0\%$	2.07×10^{-2}	6.54×10^{-5}	3.43×10^{-8}
	$\delta = 5\%$	2.46×10^{-2}	1.53×10^{-4}	1.02×10^{-7}
	$\delta = 10\%$	3.06×10^{-2}	1.67×10^{-4}	1.38×10^{-7}

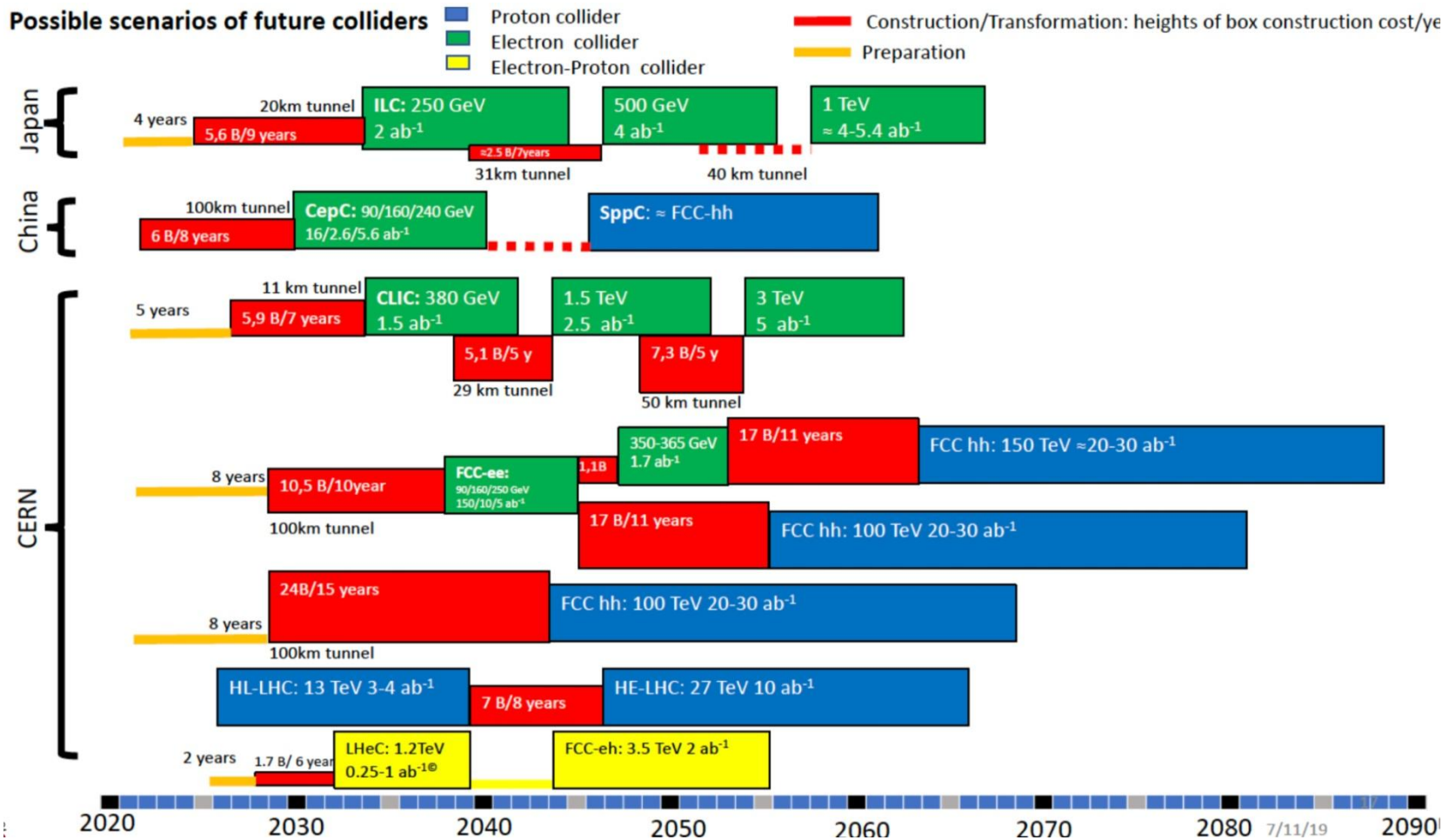
Relations between couplings ζ_1, ζ_2 and “unbroken” couplings $f_{T,i}$

$$\zeta_1 = \frac{c_w^3 s_w}{\Lambda^4} [f_{T,5} + f_{T,6} - 4f_{T,8}] + \frac{c_w s_w^3}{\Lambda^4} [f_{T,0} + f_{T,1} - f_{T,5} - f_{T,6}],$$

$$\zeta_2 = \frac{c_w^3 s_w}{\Lambda^4} [f_{T,7} - 4f_{T,9}] + \frac{c_w s_w^3}{\Lambda^4} [f_{T,2} - f_{T,7}].$$

Possible scenario of future colliders

Possible scenarios of future colliders



Accelerator-based projects proposed by the community in recent years

Collider (type)	\sqrt{s} (GeV) [\mathcal{L}_{int} (ab ⁻¹), duration (years)]
HE-LHC (circular, pp)	27×10^3 [15, 20]
ILC (linear, e^+e^-)	91 [0.1, 1.5]; 250 [2, 11]; 350 [0.2, 0.75]; 500 [4, 9]
CLIC (linear, e^+e^-)	380 [1.0, 8], 1.5×10^3 [2.5, 7], 3×10^3 [5, 8]
FCC-ee (circular, e^+e^-)	88–94 [150, 4]; s-channel h [20, 3]; 157–163 [10, 2]; 240 [5, 2]; 340–365 [1.7, 5]
FCC-hh (circular, pp)	100×10^3 [20–30, 25]
FCC-eh (circular plus ERL, ep)	3.5×10^3 [3, 25]
MuC (circular, $\mu^+\mu^-$)	3 TeV [1, 5]; 10 TeV [10, 5]; 10 TeV [20, 5]
CepC (circular, e^+e^-)	91 [16, 2]; 160 [2.6, 1]; 240 [5.6, 7]; 360 [-, -]

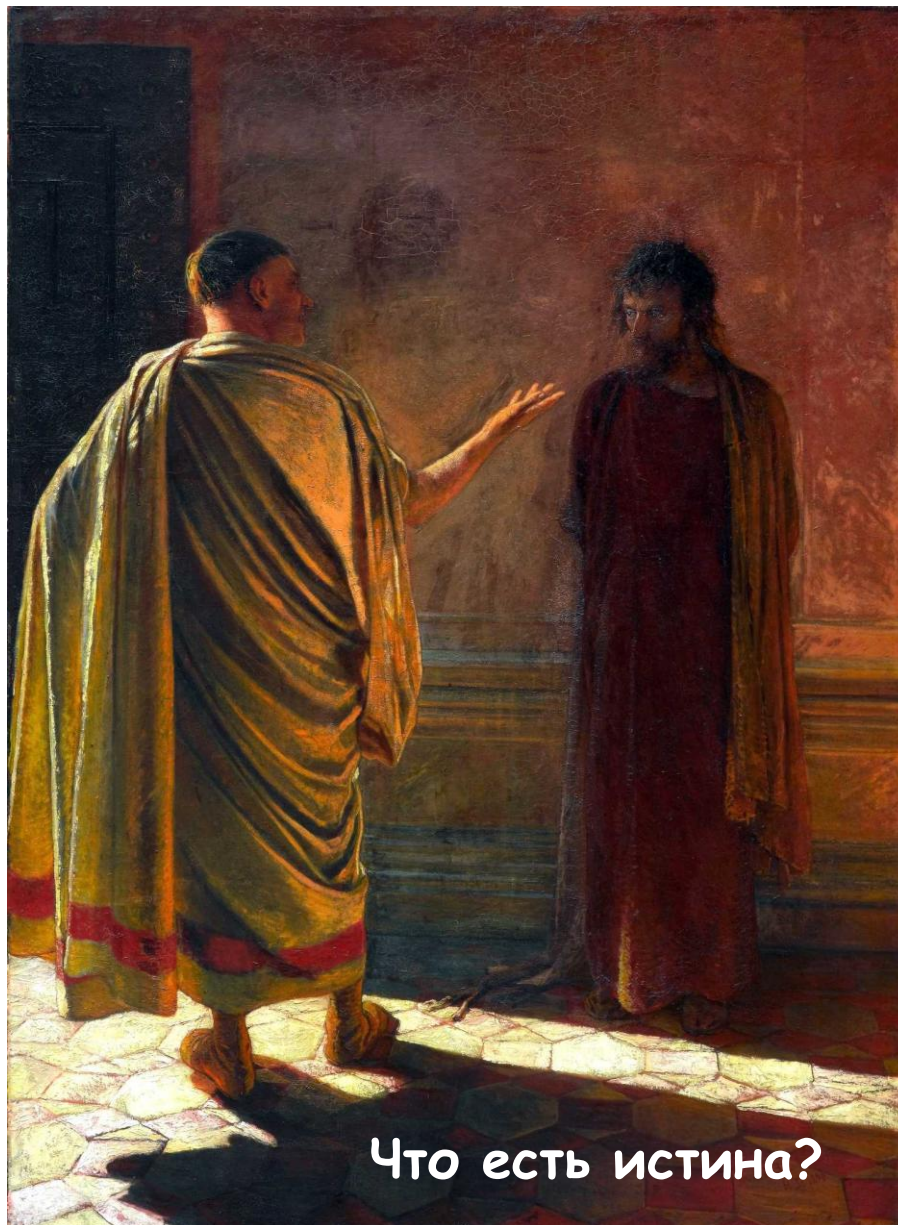
In unitary gauge

$$\Phi = \begin{pmatrix} 0 \\ \rho \end{pmatrix}$$

kinetic term for the Higgs field looks like

$$(D^\mu \Phi)^\dagger (D_\mu \Phi) = \frac{1}{4} g^2 \rho^2 \left[(W_1^\mu W_{1,\mu} + W_2^\mu W_{2,\mu}) + \frac{Z^\mu Z_\mu}{\cos^2 \theta_W} \right] + \partial^\mu \rho \partial_\mu \rho$$

$$\rho = h \text{ (Higgs field)} + v$$



Что есть истина?

Тогда Пилат опять вошёл в преторию, и призвал Иисуса, и сказал Ему: Ты Царь Иудейский? [...]

Иисус отвечал: Царство Моё не от мира сего; если бы от мира сего было Царство Моё, то служители Мои подвизались бы за Меня, чтобы Я не был предан Иудеям; но ныне Царство Моё не отсюда.

Пилат сказал Ему: итак Ты Царь? Иисус отвечал: ты говоришь, что Я Царь. Я на то родился и на то пришёл в мир, чтобы свидетельствовать о истине; всякий, кто от истины, слушает гласа Моего.

Пилат сказал Ему: *что есть истина?* И, сказав это, опять вышел к Иудеям и сказал им: я никакой вины не нахожу в Нём.

— *Евангелие от Иоанна. 18: 33, 36-38*

Operators with gauge boson field strength tensor only

$$O_{T,0} = \text{Tr}[W_{\mu\nu}W^{\mu\nu}] \times \text{Tr}[W_{\alpha\beta}W^{\alpha\beta}],$$

$$O_{T,1} = \text{Tr}[W_{\alpha\nu}W^{\mu\beta}] \times \text{Tr}[W_{\mu\beta}W^{\alpha\nu}],$$

$$O_{T,2} = \text{Tr}[W_{\alpha\mu}W^{\mu\beta}] \times \text{Tr}[W_{\beta\nu}W^{\nu\alpha}],$$

$$O_{T,5} = \text{Tr}[W_{\mu\nu}W^{\mu\nu}] \times B_{\alpha\beta}B^{\alpha\beta},$$

$$O_{T,6} = \text{Tr}[W_{\alpha\nu}W^{\mu\beta}] \times B_{\mu\beta}B^{\alpha\nu},$$

$$O_{T,7} = \text{Tr}[W_{\alpha\mu}W^{\mu\beta}] \times B_{\beta\nu}B^{\nu\alpha},$$

$$O_{T,8} = B_{\mu\nu}B^{\mu\nu}B_{\alpha\beta}B^{\alpha\beta},$$

$$O_{T,9} = B_{\alpha\mu}B^{\mu\beta}B_{\beta\nu}B^{\nu\alpha}.$$

Operator with covariant derivatives only

$$O_{S,0} = [(D_\mu \Phi)^\dagger (D_\nu \Phi)] \times [(D^\mu \Phi)^\dagger (D^\nu \Phi)],$$

$$O_{S,1} = [(D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi)] \times [(D_\nu \Phi)^\dagger (D^\nu \Phi)],$$

$$O_{S,2} = [(D_\mu \Phi)^\dagger (D_\nu \Phi)] \times [(D^\nu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi)].$$

Operator with covariant derivatives and field strength tensors

$$O_{M,0} = Tr[W_{\mu\nu} W^{\mu\nu}] \times [(D_\beta \Phi)^\dagger (D^\beta \Phi)],$$

$$O_{M,1} = Tr[W_{\mu\nu} W^{\nu\beta}] \times [(D_\beta \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi)],$$

$$O_{M,2} = [B_{\mu\nu} B^{\mu\nu}] \times [(D_\beta \Phi)^\dagger (D^\beta \Phi)],$$

$$O_{M,3} = [B_{\mu\nu} B^{\nu\beta}] \times [(D_\beta \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi)],$$

$$O_{M,4} = [(D_\mu \Phi)^\dagger W_{\beta\nu} (D^\mu \Phi)] \times B^{\beta\nu},$$

$$O_{M,5} = [(D_\mu \Phi)^\dagger W_{\beta\nu} (D^\nu \Phi)] \times B^{\beta\mu},$$

$$O_{M,7} = [(D_\mu \Phi)^\dagger W_{\beta\nu} W^{\beta\mu} (D^\nu \Phi)].$$

Scalar fields:

$$O_{S,0} = [(D_\rho \Phi)^\dagger (D_\sigma \Phi)] \times [(D^\rho \Phi)^\dagger (D^\sigma \Phi)],$$

$$O_{S,1} = [(D_\rho \Phi)^\dagger (D^\rho \Phi)] \times [(D_\sigma \Phi)^\dagger (D^\sigma \Phi)],$$

$$O_{S,2} = [(D_\rho \Phi)^\dagger (D_\sigma \Phi)] \times [(D^\sigma \Phi)^\dagger (D^\rho \Phi)].$$

Tensor fields:

$$O_{T,0} = \text{Tr}[\widehat{W}_{\sigma\lambda} \widehat{W}^{\sigma\lambda}] \times \text{Tr}[\widehat{W}_{\alpha\beta} \widehat{W}^{\alpha\beta}],$$

$$O_{T,1} = \text{Tr}[\widehat{W}_{\lambda\mu} \widehat{W}^{\nu\beta}] \times \text{Tr}[\widehat{W}_{\nu\beta} \widehat{W}^{\lambda\mu}],$$

$$O_{T,2} = \text{Tr}[\widehat{W}_{\lambda\nu} \widehat{W}^{\nu\sigma}] \times \text{Tr}[\widehat{W}_{\sigma\mu} \widehat{W}^{\mu\lambda}],$$

$$O_{T,5} = \text{Tr}[\widehat{W}_{\lambda\sigma} \widehat{W}^{\lambda\sigma}] \times B_{\mu\nu} B^{\mu\nu},$$

$$O_{T,6} = \text{Tr}[\widehat{W}_{\lambda\mu} \widehat{W}^{\nu\sigma}] \times B_{\nu\sigma} B^{\lambda\mu},$$

$$O_{T,7} = \text{Tr}[\widehat{W}_{\lambda\nu} \widehat{W}^{\nu\sigma}] \times B_{\sigma\mu} B^{\mu\lambda},$$

$$O_{T,8} = B_{\sigma\lambda} B^{\sigma\lambda} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu},$$

$$O_{T,9} = B_{\lambda\nu} B^{\nu\sigma} B_{\sigma\mu} B^{\mu\lambda}.$$

Mixed fields:

$$O_{M,0} = \text{Tr}[\widehat{W}_{\nu\lambda} \widehat{W}^{\nu\lambda}] \times [(D_\sigma \Phi)^\dagger (D^\sigma \Phi)],$$

$$O_{M,1} = \text{Tr}[\widehat{W}_{\nu\lambda} \widehat{W}^{\lambda\sigma}] \times [(D_\sigma \Phi)^\dagger (D^\nu \Phi)],$$

$$O_{M,2} = [B_{\nu\lambda} B^{\nu\lambda}] \times [(D_\sigma \Phi)^\dagger (D^\sigma \Phi)],$$

$$O_{M,3} = [B_{\nu\lambda} B^{\lambda\sigma}] \times [(D_\sigma \Phi)^\dagger (D^\nu \Phi)],$$

$$O_{M,4} = [(D_\nu \Phi)^\dagger \widehat{W}_{\sigma\lambda} (D^\nu \Phi)] \times B^{\sigma\lambda},$$

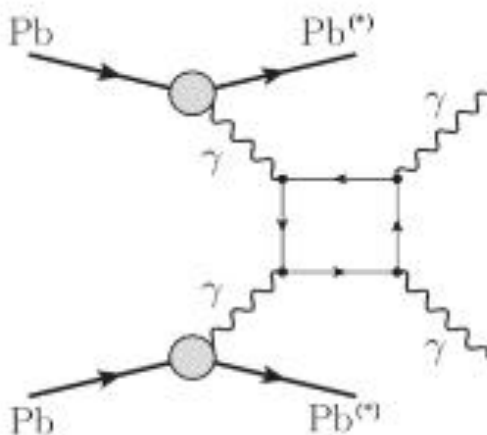
$$O_{M,5} = [(D_\nu \Phi)^\dagger \widehat{W}_{\sigma\lambda} (D^\lambda \Phi)] \times B^{\sigma\nu} + h.c.,$$

$$O_{M,7} = [(D_\nu \Phi)^\dagger \widehat{W}_{\sigma\lambda} \widehat{W}^{\sigma\nu} (D^\lambda \Phi)].$$

The first evidence of $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ process was observed by ATLAS & CMS in Pb-Pb collisions

(ATLAS Collab., Nat. Phys., 13, 852, 2017)

(CMS Collab., Phys. Rev. Lett. 123, 052001, 2019)



Discovery significance (δ = percentage systematic error)

$$S_{\text{dis}} = \sqrt{2} \left[(s+b) \ln \left(\frac{(s+b)(1+\delta^2 b)}{b + \delta^2 b(s+b)} \right) - \frac{1}{\delta^2} \ln \left(1 + \frac{\delta^2 s}{1 + \delta^2 b} \right) \right]^{1/2}$$

In the limit $\delta = 0$

$$S_{\text{dis}} = \sqrt{2 \left[(s+b) \ln \left(1 + \frac{s}{b} \right) - s \right]}$$

$s \ll b$

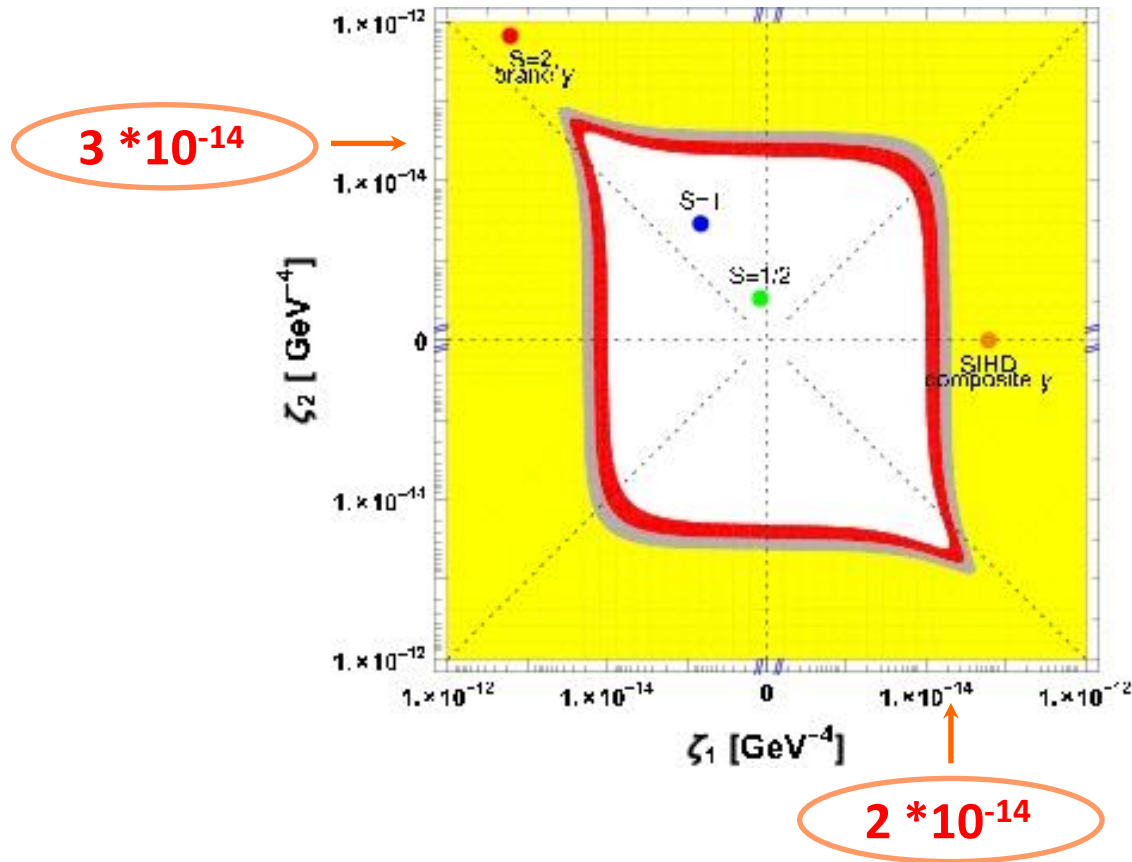


$$S_{\text{dis}} = \frac{s}{\sqrt{b}}$$

$S_{\text{dis}} \geq 5$ as discovery region

Bounds on anomalous couplings for LHC

(S.Fichet et al., JHEP 02, 165, 2015)



Another effective Lagrangian for anomalous $\gamma\gamma Z$ couplings

$$L_{\gamma\gamma Z} = \tilde{g}_1(F_{\mu\nu}F^{\mu\nu})(F_{\rho\sigma}Z^{\rho\sigma}) + \tilde{g}_2(F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu}F_{\rho\sigma}\tilde{Z}^{\rho\sigma})$$

(C. Baldenegro et al., JHEP 06, 142, 2017)



Relations between two sets
of coupling constants

$$g_1 = 8(\tilde{g}_2 - \tilde{g}_1), \quad g_2 = 8\tilde{g}_2$$

Partial-wave expansion of helicity amplitude

(M. Jacob & G. Wick, *Ann. Phys.* 7, 404, 1959; *ibid* 281, 774 2000)

$$M_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}(s, \theta, \varphi) = 16\pi \sum_J (2J + 1) \sqrt{(1 + \delta_{\lambda_1\lambda_2})(1 + \delta_{\lambda_3\lambda_4})} \\ \times e^{i(\lambda - \mu)\varphi} d_{\lambda\mu}^J(\theta) T_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}^J(s)$$

$d_{\lambda\mu}^J =$ Wigner's (small) d-function

$$T_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}^J(s) = \frac{1}{32\pi} \frac{1}{\sqrt{(1 + \delta_{\lambda_1\lambda_2})(1 + \delta_{\lambda_3\lambda_4})}} \int_{-1}^1 M_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}(s, z) d_{\lambda\mu}^J(z) dz$$

Partial-wave **unitary** bound

$$\left| T_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}^J(s) \right| \leq 1$$

Feynman rule for anomaly vertex $\gamma\gamma\gamma Z$

$$\begin{aligned}
 P^{\mu\nu\rho\alpha} = \mathcal{P} \{ & g_1 [(p_1 \cdot p_2)(p_2 \cdot p_3)g^{\mu\nu}g^{\rho\alpha} - (p_1 \cdot p_3)p_2^\mu p_1^\nu g^{\rho\alpha} \\
 & - (p_1 \cdot p_3)p_1^\nu p_2^\alpha g^{\mu\rho} + p_2^\mu p_1^\nu p_1^\rho p_3^\alpha] \\
 & + g_2 [- (p_1 \cdot p_2)(p_1 \cdot p_3)g^{\mu\alpha}g^{\nu\rho} + (p_2 \cdot p_3)p_1^\nu p_1^\alpha g^{\mu\rho} \\
 & - (p_2 \cdot p_3)p_1^\nu p_1^\rho g^{\mu\alpha} + (p_2 \cdot p_3)p_1^\nu p_2^\alpha g^{\mu\rho} + 2(p_2 \cdot p_3)p_2^\mu p_1^\rho g^{\nu\alpha} \\
 & - (p_1 \cdot p_3)p_2^\rho p_1^\alpha g^{\mu\nu} + p_3^\mu p_1^\nu p_2^\rho p_1^\alpha] \}
 \end{aligned}$$

\mathcal{P} – permutations (symmetrization with respect to photon's momenta and indices)

$$M_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}(p_1, p_2, p_3) = P_{\mu\nu\rho\alpha}(p_1, p_2, p_3) \varepsilon_\mu^{\lambda_1}(p_1) \varepsilon_\nu^{\lambda_2}(p_2) \varepsilon_\rho^{*\lambda_3}(p_3) \varepsilon_\alpha^{*\lambda_4}(p_4)$$



24 helicity amplitudes proportional to g_1
 24 helicity amplitudes proportional to g_2

(S.Inan & A.K., JHEP 10, 121, 2021)

SM amplitudes are taken from *G.Gounaris et al., EPJC 10, 499, 1999*