

Учет кулоновского взаимодействия в редких лептонных и полуплептонных распадах В-мезонов

Манухов Степан Ильич^{1,2}
Никитин Николай Викторович^{1,2,3}

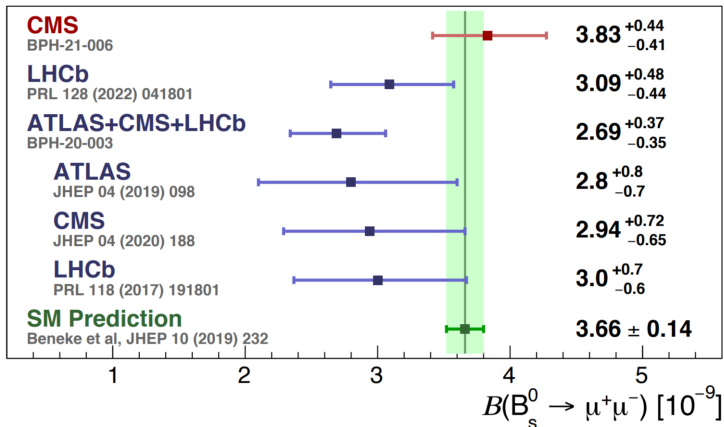
¹ Физический факультет МГУ им. М.В.Ломоносова

² НИИ ядерной физики имени Д. В. Скобельцына МГУ имени
М. В. Ломоносова

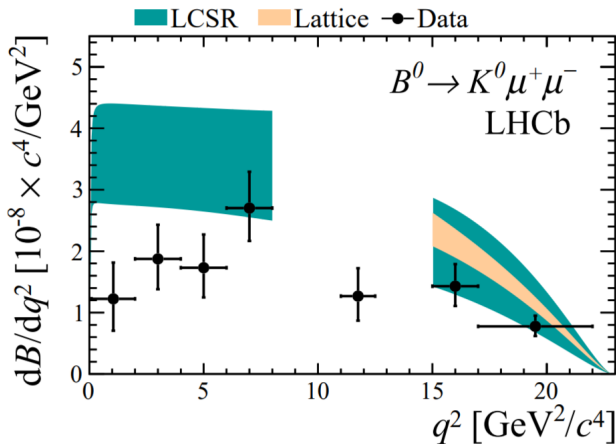
³ Московский физико-технический институт

17 февраля 2025 г.

Постановка проблемы



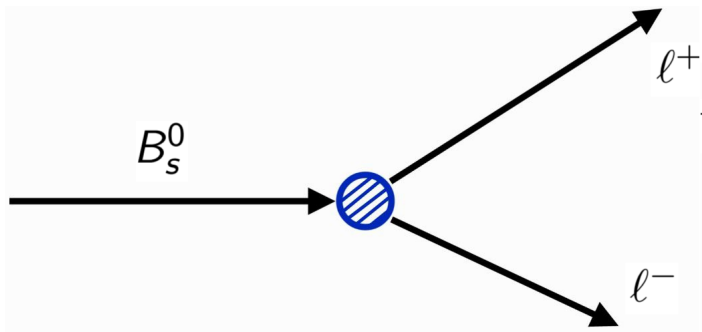
Парциальная ширина распада $B_s^0 \rightarrow \mu^+\mu^-$



Дифференциальная ширина распада $B^0 \rightarrow K^0 \mu^+ \mu^-$ -
 arXiv:1403.8044 [hep-ex]

Часть 1. Формулировка и обоснование метода.

Основная идея - изменение процедуры вторичного квантования



Лептоны не могут считаться свободными, так как они взаимодействуют друг с другом в конечном состоянии.

Основная идея - изменение процедуры вторичного квантования

Стандартная процедура вторичного квантования:

$$\ell(x) = \sum_{s=1,2} \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} (a_p u(p, s) e^{-ipx} + b_p^\dagger \bar{v}(p, s) e^{+ipx}) \quad (1)$$

Модифицированная процедура вторичного квантования
(картина Фарри):

$$\ell(x) = \sum_{s=1,2} \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} (a_p \Psi_{\mathcal{E}\vec{p}}^{(+)}(x) e^{-i\mathcal{E}^{(+)}t} + b_p^\dagger \Psi_{-\mathcal{E}-\vec{p}}^{(-)}(x) e^{+i\mathcal{E}^{(-)}t}) \quad (2)$$

Обоснование метода на примере скалярного распада $B \rightarrow S^+ S^-$

- 1 Нерелятивистский метод
Гамова-Зоммерфельда-Сахарова:

$$\mathcal{K}^{(GSS)} = \frac{2\pi\alpha/v}{1 - e^{-2\pi\alpha/v}}, \quad (3)$$

- 2 Точный релятивистский метод Кратера
[arXiv:hep-ph/9912386] и Сазджана [PRD 33, 3401,
(1986)]:

$$\mathcal{K}^{(CS)} = \left| \frac{\Gamma(\sqrt{\frac{1}{4} - \alpha^2} + \frac{1}{2} + i\frac{\alpha}{v})}{\Gamma(\sqrt{1 - 4\alpha^2} + 1)} \right|^2 \cdot e^{\pi\alpha/v}, \quad (4)$$

- 3 Приближенный метод Фарри [PR, 81, 115-124 (1951)]:

$$\mathcal{K}^{(Furry)} = e^{\pi\alpha/v}. \quad (5)$$

Обоснование метода на примере скалярного распада $B \rightarrow S^+ S^-$

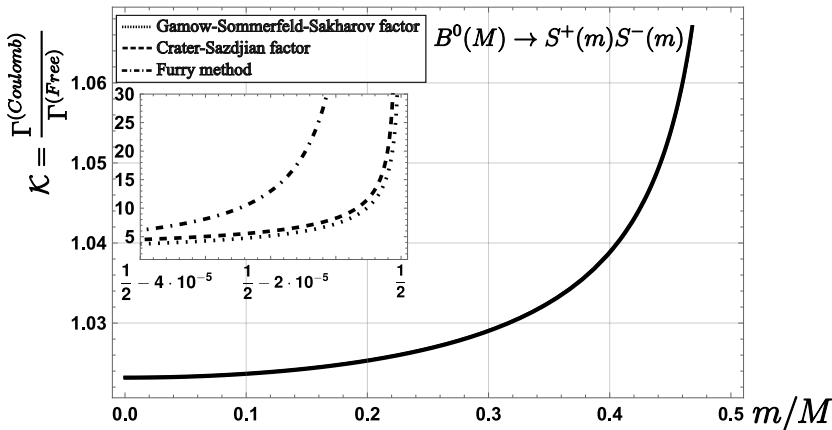


Рис.: Сравнение трех методов.

Часть 2. Кулоновское взаимодействие в

$$B_{s,d}^0 \rightarrow l^+ l^-.$$

Парциальная ширина распада $B_{s,d}^0 \rightarrow \ell^+ \ell^-$:

$$\Gamma_{B_{s,d}^0 \rightarrow \ell^+ \ell^-} = \kappa^{(Furry)} \cdot |D|^2 \frac{\sqrt{M^2 - 4m^2}}{8\pi}, \text{ где} \quad (6)$$

$$D = \frac{iG_F}{\sqrt{2}} \frac{\alpha_{em}}{2\pi} \cdot V_{tb} V_{ts}^* f_{B_{s,d}^0} 2m C_{10A}$$

$$\kappa^{(Furry)} = \frac{\Gamma^{(Coulomb)}}{\Gamma^{(free)}} = e^{\pi\alpha\mathcal{E}/p}$$

здесь \mathcal{E} и p - энергия и импульс лептонная в системе покоя $\ell^+ \ell^-$ -пары .

Кулоновское взаимодействие в распаде $B_{s,d}^0 \rightarrow \ell^+ \ell^-$

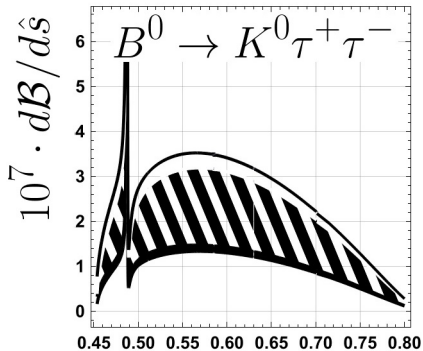
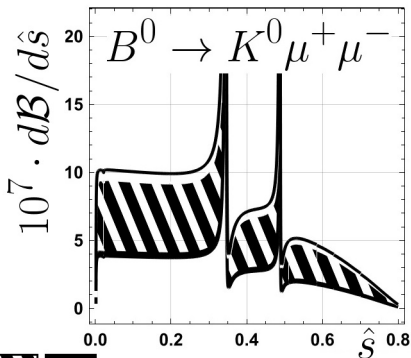
	$\mathcal{B}^{(exp)}$	$\mathcal{B}^{(free)}$	$\mathcal{B}^{(Coulomb)}$
$B_s^0 \rightarrow \mu^+ \mu^- [10^{-9}]$	$3.83^{+0.44}_{-0.41}$	3.66 ± 0.14	3.75 ± 0.14
$B^0 \rightarrow \mu^+ \mu^- [10^{-11}]$	< 19	1.03 ± 0.05	1.05 ± 0.05
$B_s^0 \rightarrow e^+ e^- [10^{-11}]$	< 940	1.77 ± 0.08	1.81 ± 0.09
$B^0 \rightarrow e^+ e^- [10^{-13}]$	< 25000	4.99 ± 0.25	5.10 ± 0.26
$B_s^0 \rightarrow \tau^+ \tau^- [10^{-8}]$	$< 6.8 \cdot 10^5$	4.61 ± 0.22	4.75 ± 0.23
$B^0 \rightarrow \tau^+ \tau^- [10^{-9}]$	$< 2.1 \cdot 10^6$	1.28 ± 0.07	1.32 ± 0.07





Таблица: Парциальная ширина $\mathcal{B} = \frac{\Gamma_{B_q^0 \rightarrow \ell^+ \ell^-}}{\Gamma_{B_q^0}^{(total)}}$

Часть 3. Кулоновское взаимодействие в

$$B_{s,d}^0 \rightarrow h^0 \ell^+ \ell^-.$$

Кулоновское взаимодействие в распадах $B_{s,d}^0 \rightarrow h^0 \ell^+ \ell^-$



  Без учета кулоновского взаимодействия
  С учетом кулоновского взаимодействия

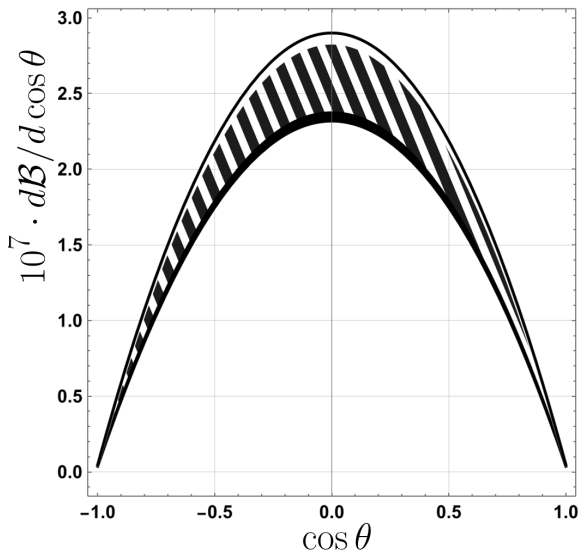
$$\hat{s} = \frac{(p_B - p_K)^2}{M_B^2}$$

Кулоновское взаимодействие в $B_s^0 \rightarrow h^0 \ell^+ \ell^-$

Распад	$\mathcal{B}^{(exp)}$	$\mathcal{B}^{(th, free)}$	$\mathcal{B}^{(th, coulomb)}$	Попр.
$B^0 \rightarrow K^0 e^+ e^- [10^{-7}]$	$2.5^{+1.1}_{-0.9}$	3.64 ± 0.77	3.73 ± 0.78	2.32%
$B^0 \rightarrow K^0 \mu^+ \mu^- [10^{-7}]$	3.39 ± 0.35	3.63 ± 0.77	3.72 ± 0.78	2.34%
$B^0 \rightarrow K^0 \tau^+ \tau^- [10^{-8}]$	-	5.0 ± 2.1	5.3 ± 2.2	5.75%
$B^0 \rightarrow \pi^0 e^+ e^- [10^{-8}]$	< 8.4	1.32 ± 3.0	1.35 ± 3.0	2.32%
$B^0 \rightarrow \pi^0 \mu^+ \mu^- [10^{-8}]$	< 6.9	1.31 ± 3.0	1.34 ± 3.0	2.34%
$B^0 \rightarrow \pi^0 \tau^+ \tau^- [10^{-9}]$	-	3.29 ± 0.73	3.45 ± 0.76	4.93%

Распад	$\mathcal{B}^{(exp)}$	$\mathcal{B}^{(th,free)}$	$\mathcal{B}^{(th,coulomb)}$	Попр.
$B_s^0 \rightarrow \eta e^+ e^- [10^{-7}]$	—	4.24 ± 0.79	4.33 ± 0.80	2.32%
$B_s^0 \rightarrow \eta \mu^+ \mu^- [10^{-7}]$	—	4.22 ± 0.79	4.32 ± 0.80	2.34%
$B_s^0 \rightarrow \eta \tau^+ \tau^- [10^{-8}]$	—	6.7 ± 1.2	7.1 ± 1.3	5.64%
$B_s^0 \rightarrow \eta' e^+ e^- [10^{-7}]$	—	3.13 ± 0.58	3.20 ± 0.59	2.31%
$B_s^0 \rightarrow \eta' \mu^+ \mu^- [10^{-7}]$	—	3.11 ± 0.58	3.18 ± 0.59	2.34%
$B_s^0 \rightarrow \eta' \tau^+ \tau^- [10^{-8}]$	—	2.01 ± 0.36	2.15 ± 0.38	7.0%
$B_s^0 \rightarrow K^0 e^+ e^- [10^{-8}]$	—	1.42 ± 0.34	1.45 ± 0.35	2.32%
$B_s^0 \rightarrow K^0 \mu^+ \mu^- [10^{-8}]$	—	1.41 ± 0.34	1.44 ± 0.35	2.34%
$B_s^0 \rightarrow K^0 \tau^+ \tau^- [10^{-9}]$	—	2.49 ± 0.59	2.64 ± 0.62	6.02%

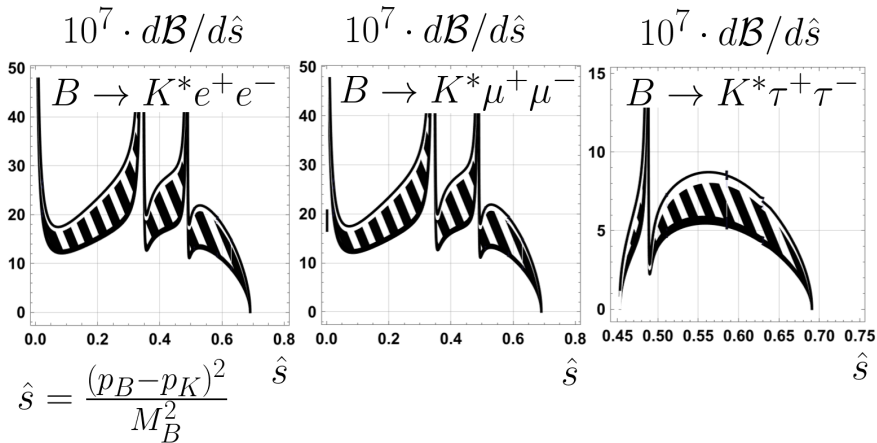
Угловое распределение $B^0 \rightarrow K^0 \mu^+ \mu^-$



Часть 4. Кулоновское взаимодействие в

$$B_{s,d}^0 \rightarrow V^0 \ell^+ \ell^-.$$

Кулоновское взаимодействие в распадах $B \rightarrow K^* \ell^+ \ell^-$



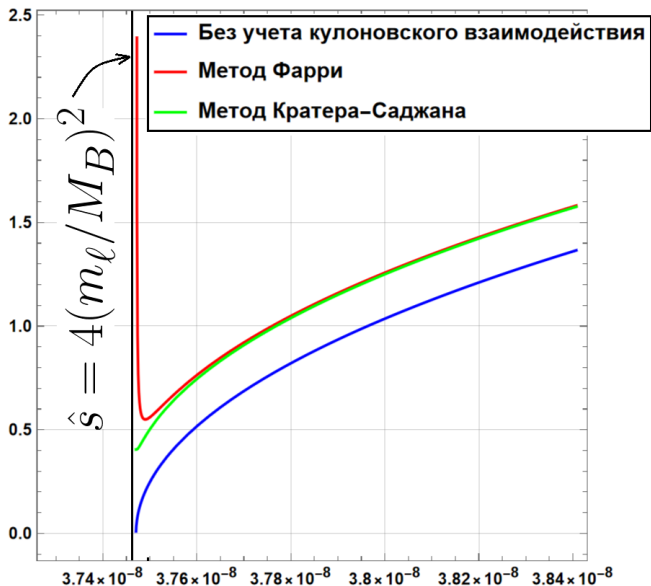
Распад	$\mathcal{B}^{(exp)}$	$\mathcal{B}^{(th,free)}$	$\mathcal{B}^{(th,coulomb)}$	Попр.
$B \rightarrow K^* e^+ e^- [10^{-6}]$	1.19 ± 0.20	1.65 ± 0.16	1.69 ± 0.16	2.36%
$B \rightarrow K^* \mu^+ \mu^- [10^{-6}]$	1.06 ± 0.09	1.27 ± 0.13	1.30 ± 0.13	2.39%
$B \rightarrow K^* \tau^+ \tau^- [10^{-7}]$	—	1.19 ± 0.12	1.27 ± 0.13	6.4%
$B \rightarrow \rho e^+ e^- [10^{-6}]$	—	1.07 ± 0.18	1.10 ± 0.19	2.36%
$B \rightarrow \rho \mu^+ \mu^- [10^{-7}]$	—	8.9 ± 1.6	9.1 ± 1.7	2.38%
$B \rightarrow \rho \tau^+ \tau^- [10^{-7}]$	—	1.31 ± 0.23	1.38 ± 0.25	5.81%

Кулоновское взаимодействие в $B_{s,d}^0 \rightarrow V^0 \ell^+ \ell^-$

Распад	$\mathcal{B}^{(exp)}$	$\mathcal{B}^{(th,free)}$	$\mathcal{B}^{(th,coulomb)}$	Попр.
$B_s^0 \rightarrow \phi e^+ e^- [10^{-6}]$	—	1.52 ± 0.17	1.56 ± 0.17	2.37%
$B_s^0 \rightarrow \phi \mu^+ \mu^- [10^{-6}]$	0.84 ± 0.4	1.15 ± 0.14	1.18 ± 0.15	2.39%
$B_s^0 \rightarrow \phi \tau^+ \tau^- [10^{-7}]$	—	1.05 ± 0.13	1.12 ± 0.14	6.60%
$B_s^0 \rightarrow K^* e^+ e^- [10^{-8}]$	—	5.56 ± 0.65	5.69 ± 0.67	2.36%
$B_s^0 \rightarrow K^* \mu^+ \mu^- [10^{-8}]$	2.9 ± 1.1	4.42 ± 0.56	4.53 ± 0.57	2.38%
$B_s^0 \rightarrow K^* \tau^+ \tau^- [10^{-9}]$	—	5.33 ± 0.62	5.65 ± 0.65	6.1%

- Предложен метод учета кулоновского взаимодействия между заряженными лептонами в конечном состоянии в лептонных и полулептонных распадах нейтральных псевдоскалярных мезонов.
- Рассчитаны поправки к распадам $B_{s,d}^0 \rightarrow \ell^+\ell^-$,
 $B^0 \rightarrow \{K^0, \pi^0\}\ell^+\ell^-$, $B_s^0 \rightarrow \{\eta, \eta', K^0\}\ell^+\ell^-$,
 $B^0 \rightarrow \{K^*, \rho\}\ell^+\ell^-$ и $B_s^0 \rightarrow \{K^*, \phi\}\ell^+\ell^-$.
- Для распада $B_s^0 \rightarrow \mu^+\mu^-$ учет кулоновского взаимодействия уменьшает расхождение между предсказаниями Стандартной модели и экспериментом более чем вдвое.
- Кулоновские поправки в отдельных случаях могут превосходить неопределенности величин адронных формфакторов

Спасибо за внимание!



Общий рецепт, позволяющий учитывать кулоновское взаимодействие в распадах, в конечном состоянии которых находится l^+l^- -пара (и больше заряженных частиц нет):

$$\langle l^+l^-H_2|O|H_1\rangle \rightarrow \langle l^+l^-H_2|O|H_1\rangle \cdot \left| \frac{\Gamma(\sqrt{\frac{1}{4} - \alpha^2} + \frac{1}{2} + i\frac{\alpha\mathcal{E}_l}{p_l})}{\Gamma(\sqrt{1 - 4\alpha^2} + 1)} \right| \cdot \exp\left(\frac{\pi\alpha\mathcal{E}_l}{2p_l}\right)$$

O - оператор, представляющий из себя произвольную комбинацию γ -матриц, импульсов, а также кварковых и лептонных полей, \mathcal{E}_l, p_l - энергия и импульс заряженного лептона в системе покоя l^+l^- -пары, $\Gamma(x)$ - гамма-функция Эйлера, H_1, H_2 - нейтральные адроны в начальном и конечном состоянии, $\alpha = \alpha_{em} \approx 1/137$

Парциальная ширина для распада $B_{s,d}^0 \rightarrow h^0 \ell^+ \ell^-$:

$$\frac{d\Gamma}{d\hat{t}d\hat{s}} = \frac{G_F^2 \alpha_{em}^2 |V_{tb} V_{ts}^*|^2 M^5}{256\pi^5} (-\hat{\Pi} \beta_p + 2\hat{m} |C_{10A}|^2 \delta_p) \cdot \mathcal{K}^{(Coulomb)}, \quad (7)$$

где

$$\beta_p = |C_{9V} f_+(q^2) + 2MC_{7\gamma} s(q^2)|^2 + |C_{10A} f_+(q^2)|^2$$

$$\hat{\Pi} = (\hat{t} - 1)(\hat{t} - \hat{r}) + \hat{s}\hat{t} + \hat{m}(1 + \hat{r} + \hat{m} - \hat{s} - 2\hat{t})$$

$$\delta_p = \left(1 + \hat{r} - \frac{\hat{s}}{2}\right) |f_+(q^2)|^2 + (1 - \hat{r}) \operatorname{Re}[f_+(q^2) f_-^*(q^2)] + \frac{\hat{s}}{2} |f_-(q^2)|^2$$

$$\mathcal{K}^{(Coulomb)} = \exp\left(\frac{\pi\alpha}{\sqrt{1 - 4\hat{m}/\hat{s}}}\right)$$

Парциальная ширина для распада $B_{s,d}^0 \rightarrow V^0 \ell^+ \ell^-$:

$$\frac{d\Gamma}{d\hat{t}d\hat{s}} = \frac{G_F^2 \alpha_{em}^2 |V_{tb} V_{ts}^*|^2 M^5}{512\pi^5} (\beta_V^{(1)} + \beta_V^{(2)} + 4\hat{m}\delta_V) \cdot \mathcal{K}^{(Coulomb)}, \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \beta_V^{(1)} = & [(\hat{s} + 2\hat{m})\phi + 2\hat{s}\hat{\Pi}] |G(q^2)|^2 + \left[\hat{s} + 2\hat{m} - \frac{\hat{\Pi}}{2\hat{r}} \right] |F(q^2)|^2 - \\ & - \frac{\phi}{2\hat{r}} \hat{\Pi} |H_+(q^2)|^2 + \frac{\hat{s} - 1 + \hat{r}}{\hat{r}} \hat{\Pi} R(q^2) \\ \beta_V^{(2)} = & 2\hat{s}[2\hat{t} + \hat{s} - \hat{r} - 1 - 2\hat{m}] R_1(q^2) \end{aligned}$$

$$\delta_V = \frac{|C_{10A}|^2}{2} \phi \left\{ -2|g(q^2)M_B|^2 - \frac{3}{\phi} \left| \frac{f(q^2)}{M_B} \right|^2 + \right. \\ \left. \frac{2(1 + \hat{r}) - \hat{s}}{4\hat{r}} |a_+(q^2)M_B|^2 + \frac{\hat{s}}{4\hat{r}} |a_-(q^2)M_B|^2 + \right. \\ \left. + \frac{1}{2\hat{r}} \operatorname{Re}[f(q^2)a_+^*(q^2) + f(q^2)a_-(q^2)] + \frac{1 - \hat{r}}{2\hat{r}} \operatorname{Re}[M_B^2 a_+(q^2)a_-^*(q^2)] \right\}$$

$$\mathcal{K}^{(Coulomb)} = \exp\left(\frac{\pi\alpha}{\sqrt{1 - 4\hat{m}/\hat{s}}}\right)$$