



Припороговые резонансы в физике высоких энергий

С. Г. Сальников, А. И. Мильштейн

ИЯФ им. Г. И. Будкера СО РАН,
Новосибирск

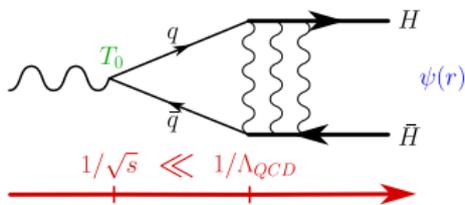
Сессия-конференция секции ядерной физики ОФН РАН,
18 февраля 2025

Мотивация

- Во множестве процессов с рождением пар адронов в e^+e^- аннигиляции наблюдается усиление сечения вблизи порога ($e^+e^- \rightarrow p\bar{p}, n\bar{n}, \Lambda\bar{\Lambda}, \Lambda_c\bar{\Lambda}_c, D^{(*)}\bar{D}^{(*)}, B^{(*)}\bar{B}^{(*)}$ и другие).
- В этих процессах наблюдается сильная зависимость сечений от энергии вблизи порога.
- Стандартное описание резонансов с помощью формул Брейта-Вигнера не работает на пороге. Нужны другие подходы.
- Хотелось бы иметь единое описание припороговых резонансов в различных их проявлениях.

Взаимодействие в конечном состоянии

Резонансы в сечении рождения пары адронов вблизи порога возникают из-за взаимодействия между адронами.



- На малых расстояниях $r \sim 1/\sqrt{s}$ рождается пара $q\bar{q}$.
- На расстояниях $r \sim 1/\Lambda_{QCD}$ происходит адронизация.

Система адронов может описываться волновой функцией $\psi(\mathbf{r})$, чей характерный размер много больше $1/\Lambda_{QCD}$.

- Вблизи порога реакции скорости адронов малы, и они взаимодействуют длительное время. Взаимодействие адронов между собой существенно влияет на волновую функцию пары.
- Благодаря разделению масштабов амплитуда факторизуется:

$$T = T_0 \cdot \psi(r \lesssim 1/\Lambda_{QCD}) \approx T_0 \cdot \psi(0), \quad \text{причём } T_0 \approx \text{const}$$

- Вблизи порога функция $\psi(0)$ сильно зависит от энергии.

Взаимодействие адронов

Вид уравнения для волновой функции определяется квантовыми числами взаимодействующих адронов: спином, изоспином, орбитальным моментом, полным моментом, а также доступными каналами реакции.

Рассмотрим рождение пары бесспиновых частиц в состоянии с орбитальным моментом l и суммарной кинетической энергией E

$$\left(p_r^2 + M V(r) + \frac{l(l+1)}{r^2} - k^2 \right) \psi(r) = 0, \quad k = \sqrt{ME}.$$

- Находим регулярное в нуле решение с асимптотикой

$$\psi(r \rightarrow \infty) = \frac{1}{2ikr} (S \chi_l^+ - \chi_l^-), \quad \chi_l^\pm = \exp[\pm i(kr - \pi l/2)]$$

- Сечение рождения пары: $\sigma = \frac{\pi k \alpha^2}{4M^3} |g \psi^{(l)}(0)|^2$

$g \approx \text{const}$ — амплитуда рождения пары на малых расстояниях,

$$\psi^{(l)}(0) = \left. \frac{d^l}{dr^l} \psi(r) \right|_{r=0}$$

Сечение рождения адронов

- Зависимость сечения от энергии в резонансном случае определяется малым числом параметров, таких как длина рассеяния, эффективный радиус взаимодействия и т.д.
- Для воспроизведения значений этих параметров могут использоваться разные параметризации потенциала.
- Мы рассматриваем используемые потенциалы как феноменологические, а не «реальные».

Для $l = 0$ и прямоугольной ямы: $V(r) = \begin{cases} -U & r \leq R \\ 0 & r > R \end{cases}$

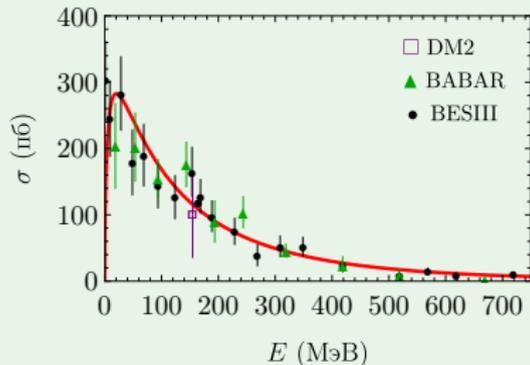
$$\sigma = \frac{\pi k \alpha^2 g^2}{4M^3} \frac{q^2}{q^2 \cos^2(qR) + k^2 \sin^2(qR)}, \quad q = \sqrt{M(E + U)}$$

Процесс $e^+e^- \rightarrow \Lambda\bar{\Lambda}$

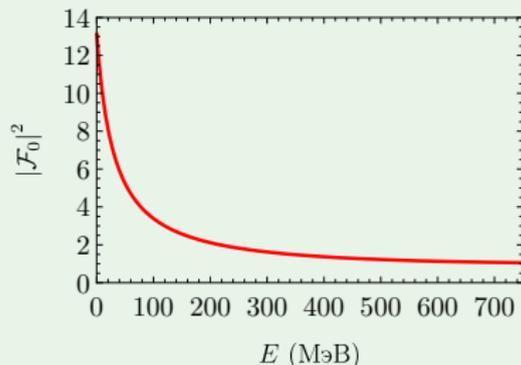
- Вблизи порога пара $\Lambda\bar{\Lambda}$ рождается преимущественно с квантовыми числами $l = 0$, $S = 1$, $I = 0$.
- Используем параметризацию в виде прямоугольной ямы:
 $R = 0,45$ фм, $U = 584$ МэВ.

$$\sigma = \frac{\pi k \alpha^2 g^2}{M_s} F_D^2(s) \frac{q^2}{q^2 \cos^2(qR) + k^2 \sin^2(qR)},$$
$$F_D(s) = \left(1 - \frac{s}{1 \Gamma_{\text{ЭВ}}^2}\right)^{-2}, \quad s = (2M + E)^2$$

Сечение



Коэффициент усиления



Рождение $p\bar{p}$ и $n\bar{n}$ в e^+e^- аннигиляции

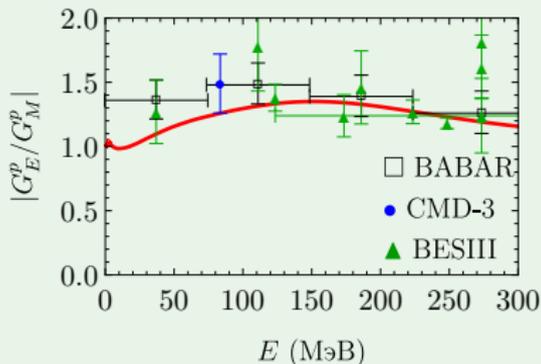
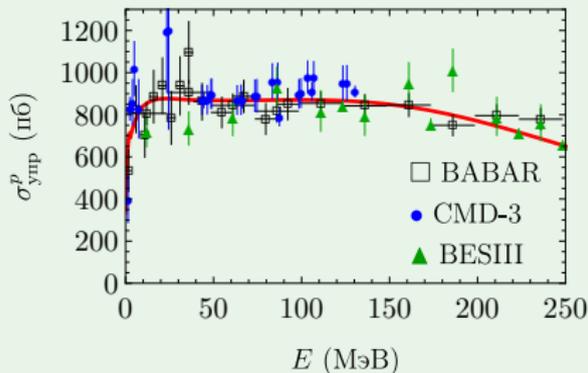
Необходимо учитывать:

- Нетривиальная зависимость G_E/G_M от энергии говорит о важности учёта вклада **тензорного оператора S_{12}** , смешивающего состояния с $l = 0$ и $l = 2$.
- Нуклон-антинуклонные пары рождаются с изоспинами $I = 0$ и $I = 1$, которые перемешиваются из-за нарушения изотопической инвариантности.
- **Разница масс протона и нейтрона** и **кулоновское взаимодействие** важны вблизи порогов реакций.
- Сечение аннигиляции $p\bar{p}$ и $n\bar{n}$ в мезоны велико, что можно учесть введением **мнимой части оптического потенциала**.
- Потенциал нуклон-антинуклонного взаимодействия должен воспроизводить **большое количество экспериментальных данных** (парциальные сечения рассеяния, сечения рождения пар, электромагнитные формфакторы и др.).

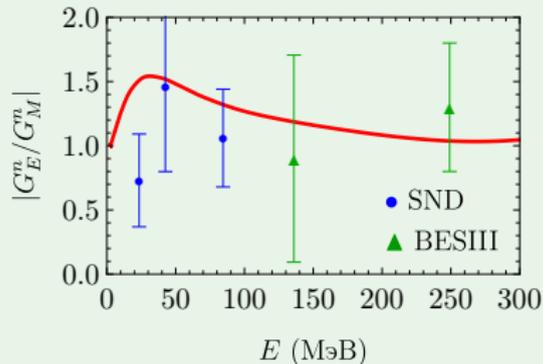
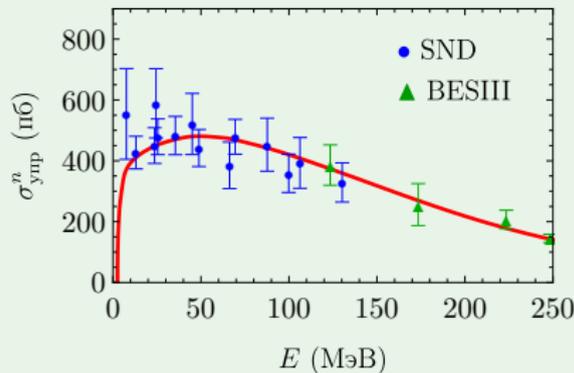
Все эти особенности могут быть учтены в рамках нашего подхода.

Рождение $p\bar{p}$ и $n\bar{n}$ в e^+e^- аннигиляции

Рождение $p\bar{p}$



Рождение $n\bar{n}$



A. I. Milstein and S. G. Salnikov, Physical Review D 106, 074012 (2022)

Рождение $B\bar{B}$, $B^*\bar{B}$ и $B^*\bar{B}^*$ в e^+e^- аннигиляции

Необходимо учитывать:

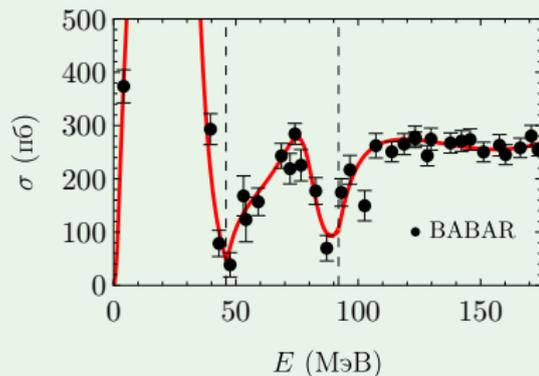
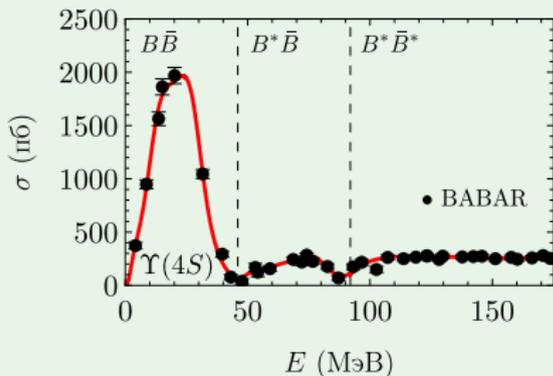
- Массы близки : $M_B = 5280$ МэВ, $M_{B^*} = 5326$ МэВ.
- Рассматриваемые пары мезонов рождаются с квантовыми числами $I = 0$, $l = 1$, $J^{PC} = 1^{--}$.
Возможны переходы между каналами .
- Поскольку отсутствуют экспериментальные данные для эксклюзивных сечений рождения пар заряженных и нейтральных B -мезонов, здесь мы не учитываем эффекты нарушения изотопической инвариантности.

Для простоты мы используем прямоугольные потенциальные ямы для описания взаимодействия в каждом канале, а также смешивания между каналами.

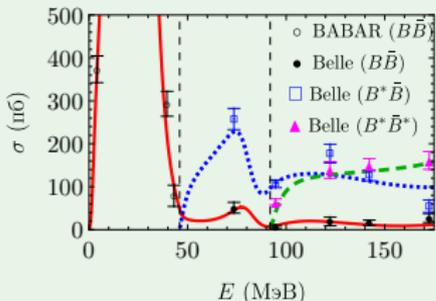
Матрица потенциалов $V_{ij}(r) = U_{ij} \cdot \theta(R_{ij} - r)$.

Сечения рождения $B\bar{B}$, $B^*\bar{B}$ и $B^*\bar{B}^*$

Сумма сечений



Эксклюзивные сечения



- Глубокие провалы возникают из-за переходов между каналами.
- Пик при $E \approx 75$ МэВ в канале $B^*\bar{B}$ может возникать из-за смешивания со связанным состоянием в канале $B^*\bar{B}^*$.

S. G. Salnikov, A. E. Bondar, and A. I. Milstein,
Nuclear Physics A 1041, 122764 (2024)

Рождение $D\bar{D}$, $D^*\bar{D}$ и $D^*\bar{D}^*$ в e^+e^- аннигиляции

Необходимо учитывать:

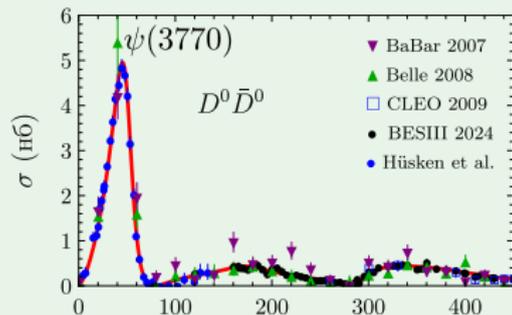
- Массы близки : $M_{D^0} = 1865$ МэВ, $M_{D^+} = 1870$ МэВ,
 $M_{D^{*0}} = 2007$ МэВ, $M_{D^{*+}} = 2010$ МэВ.
- Рассматриваемые пары мезонов рождаются с квантовыми числами $I = 0$, $l = 1$, $J^{PC} = 1^{--}$.
Возможны переходы между каналами .
- Могут рождаться пары заряженных или нейтральных D -мезонов.
Эффекты нарушения изотопической инвариантности важны.

Используется параметризация матрицы потенциалов

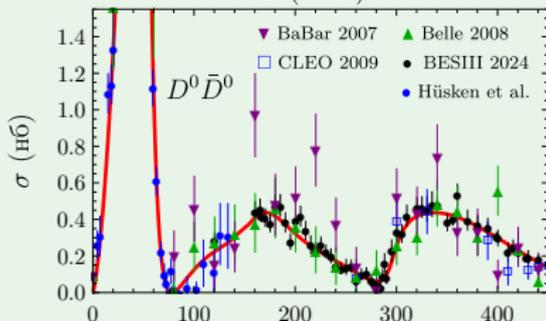
$V_{ij}^{(I)}(r) = U_{ij}^{(I)} \cdot \theta(R_{ij}^{(I)} - r)$ для изоскалярного и изовекторного обменов.

Сечения рождения $D\bar{D}$, $D^*\bar{D}$ и $D^*\bar{D}^*$

Сечение рождения $D^0\bar{D}^0$

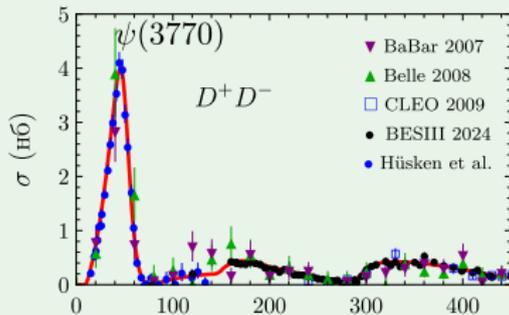


E (МэВ)

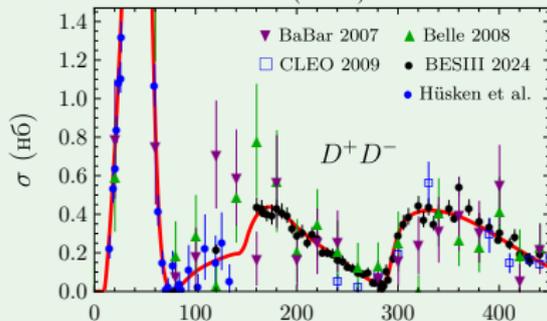


E (МэВ)

Сечение рождения D^+D^-



E (МэВ)

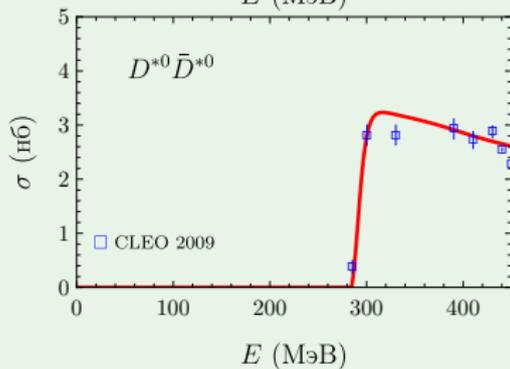
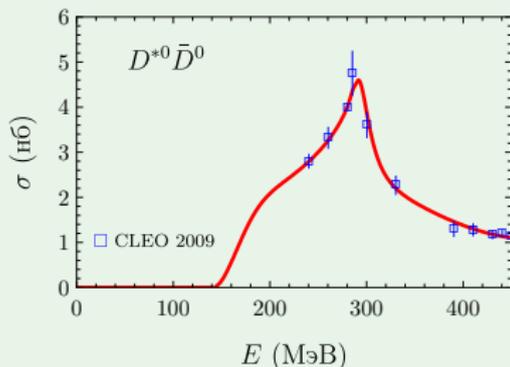


E (МэВ)

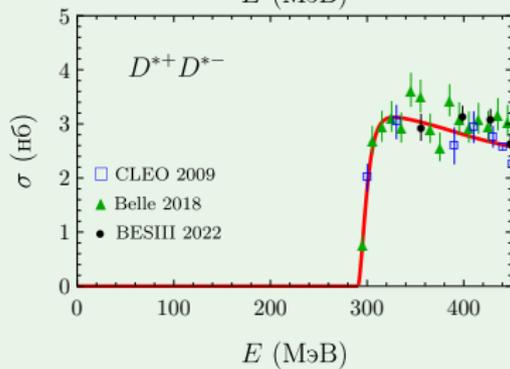
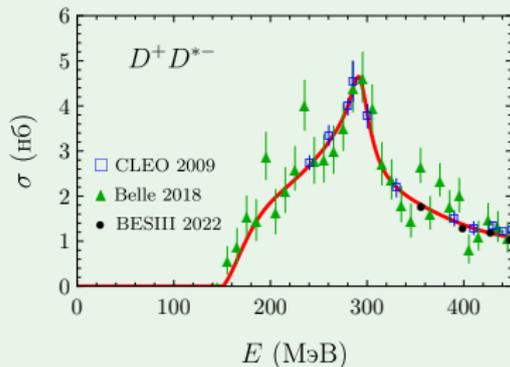
S. G. Salnikov and A. I. Milstein, Phys. Rev. D 109, 114015 (2024)

Сечения рождения $D\bar{D}$, $D^*\bar{D}$ и $D^*\bar{D}^*$

Сечения $D^{*0}\bar{D}^0$ и $D^{*0}\bar{D}^{*0}$



Сечения D^+D^{*-} и $D^{*+}D^{*-}$



S. G. Salnikov and A. I. Milstein, Phys. Rev. D 109, 114015 (2024)

Заключение

- Разработан феноменологический подход, позволяющий описывать нетривиальную зависимость от энергии сечений рождения пар адронов вблизи порога.
- Преимуществом нашего подхода является то, что он позволяет легко учитывать различные эффекты: разницу масс частиц, кулоновское взаимодействие, тензорные силы, переходы между несколькими каналами...
- В рамках данного подхода получено хорошее согласие с экспериментальными данными для многих процессов.

Заключение

- Разработан феноменологический подход, позволяющий описывать нетривиальную зависимость от энергии сечений рождения пар адронов вблизи порога.
- Преимуществом нашего подхода является то, что он позволяет легко учитывать различные эффекты: разницу масс частиц, кулоновское взаимодействие, тензорные силы, переходы между несколькими каналами...
- В рамках данного подхода получено хорошее согласие с экспериментальными данными для многих процессов.

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ СЛАЙДЫ

Тензорное взаимодействие

- Состояния со спином $S = 1$ и $l = J \pm 1$ перемешиваются. Нужно рассматривать уравнение Шрёдингера для связанных каналов.
- Пара $\Lambda_c \bar{\Lambda}_c$ имеет квантовые числа $S = 1, J = 1, l = 0, 2$.
- Сечение рождения пары выражается через компоненты двух независимых решений уравнения Шрёдингера:

$$\psi_1(r \rightarrow \infty)$$

$$u_1 \rightarrow \frac{1}{2ikr} (S_{11}\chi_0^+ - \chi_0^-)$$

$$w_1 \rightarrow \frac{1}{2ikr} S_{12}\chi_2^+$$

$$\psi_2(r \rightarrow \infty)$$

$$u_2 \rightarrow \frac{1}{2ikr} S_{21}\chi_0^+$$

$$w_2 \rightarrow \frac{1}{2ikr} (S_{22}\chi_2^+ - \chi_2^-)$$

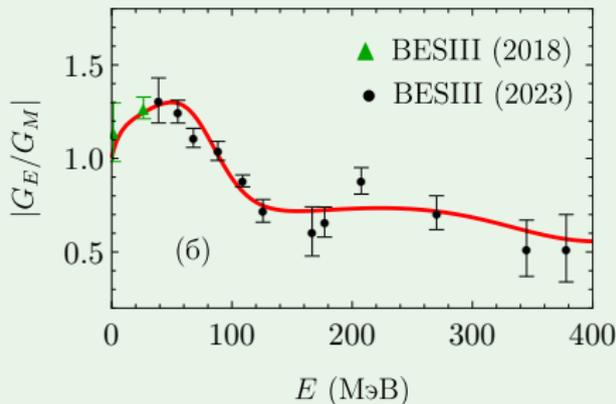
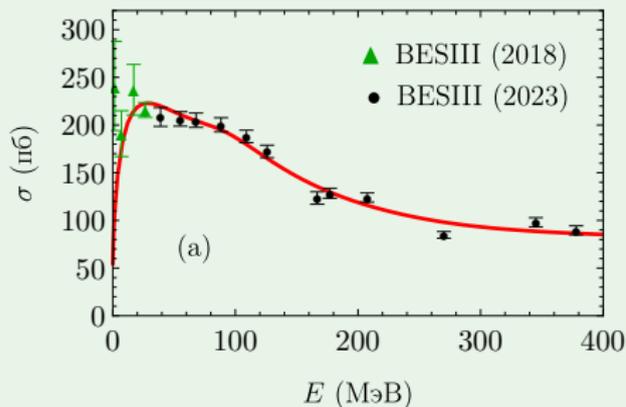
$$\sigma = \frac{\pi k \alpha^2 g^2}{4M^3} \left(|u_1(0)|^2 + |u_2(0)|^2 \right), \quad \frac{G_E}{G_M} = \frac{u_1(0) - \sqrt{2} u_2(0)}{u_1(0) + \frac{1}{\sqrt{2}} u_2(0)}$$

Функции $u_1(0)$ и $u_2(0)$ нетривиально зависят от энергии.

Тензорное взаимодействие в процессе $e^+e^- \rightarrow \Lambda_c \bar{\Lambda}_c$

Потенциал взаимодействия барионов содержит вклад тензорного оператора $S_{12} = 3(\boldsymbol{\sigma}_1 \mathbf{n})(\boldsymbol{\sigma}_2 \mathbf{n}) - (\boldsymbol{\sigma}_1 \boldsymbol{\sigma}_2)$, который перемешивает состояния с орбитальными моментами $l = 0$ и $l = 2$.

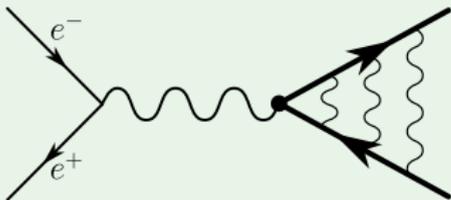
Отношение G_E/G_M зависит от энергии из-за влияния тензорного взаимодействия.



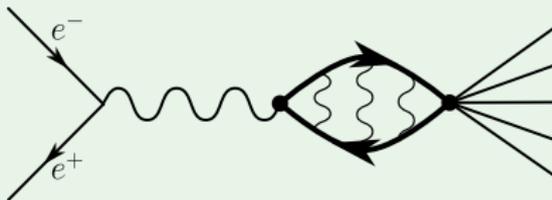
S. G. Salnikov and A. I. Milstein, Physical Review D 108, L071505 (2023)

Упругие и неупругие процессы

- Упругие процессы — рождение пары реальных адронов вблизи порога



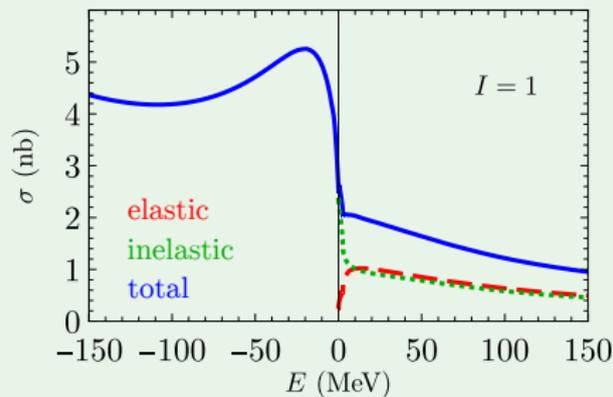
- Неупругие процессы — рождение пары виртуальных адронов с последующей аннигиляцией в другие частицы



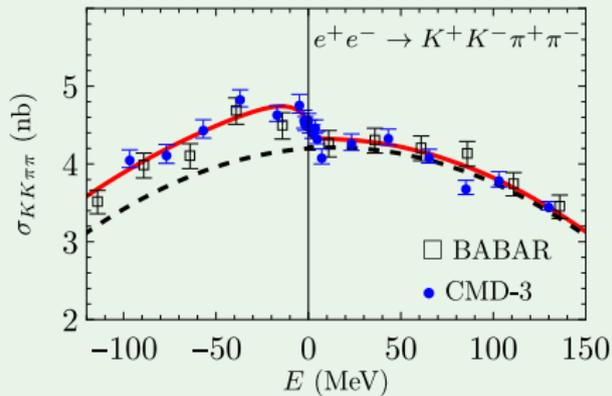
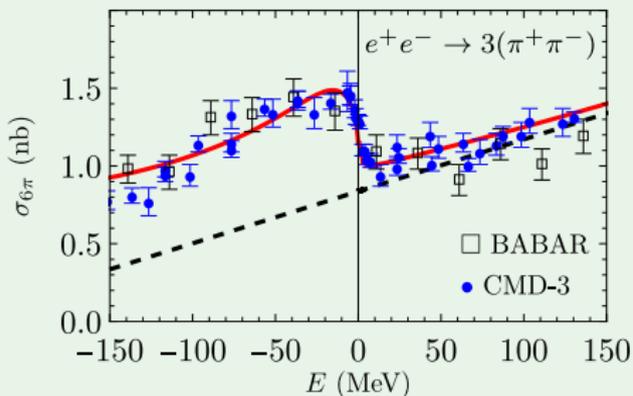
- Для описания неупругих процессов мы используем оптические потенциалы, содержащие мнимую часть: $V(r) = U(r) - iW(r)$.
- Полное сечение выражается через функцию Грина уравнения Шрёдингера при $r = r' = 0$:

$$\sigma_{\text{tot}} = \sigma_{\text{el}} + \sigma_{\text{inel}} = \frac{\pi\alpha^2 g^2}{4M^3} \text{Im } \mathcal{D}(0, 0|E)$$

Вклад $N\bar{N}$ взаимодействия в неупругие процессы



- Предсказывается резкое падение неупругого сечения в состоянии с $I = 1$.
- Это приводит к сильной зависимости от энергии сечений некоторых процессов вблизи порога рождения $N\bar{N}$.



$N\bar{N}$ взаимодействие

	\tilde{U}_S^0	\tilde{U}_D^0	\tilde{U}_T^0	\tilde{U}_S^1	\tilde{U}_D^1	\tilde{U}_T^1
U_i (МэВ)	-197,8	122,4	-2	-58,3	684,6	18,3
W_i (МэВ)	179,7	276	-2,1	-17,5	183,9	-20,4
a_i (фм)	0,664	1,274	2,826	1,237	0,769	1,286
g_i	$g_p = 14,1$			$g_n = 4,4 + 0,9i$		

$$\sigma_{el}^p = \frac{2\pi k_p \alpha^2}{q^3} F_D^2(q) \left[|g_p u_1^p(0) + g_n u_1^n(0)|^2 + |g_p u_2^p(0) + g_n u_2^n(0)|^2 \right],$$

$$\sigma_{el}^n = \frac{2\pi k_n \alpha^2}{q^3} F_D^2(q) \left[|g_p u_3^p(0) + g_n u_3^n(0)|^2 + |g_p u_4^p(0) + g_n u_4^n(0)|^2 \right].$$

$B\bar{B}$, $B^*\bar{B}$ и $B^*\bar{B}^*$ взаимодействие

	V_{XX}	V_{YY}	V_{ZZ}	V_{XY}	V_{XZ}	V_{YZ}
U_{ij} (MeV)	-613.1	-360.6	-586.7	26.7	20	78.6
a_{ij} (fm)	1.361	1.804	1.809	0.953	2.819	2.209
g_i (fm)	$g_X = 0.118$		$g_Y = -0.004 + 0.217i$		$g_Z = -0.6 + 0.193i$	

$$\sigma_X = \frac{\pi\beta_X\alpha^2}{s} \left| g_X u_{1R}^{(1)}(0) + g_Y v_{1R}^{(1)}(0) + g_Z w_{1R}^{(1)}(0) \right|^2,$$

$$\sigma_Y = \frac{\pi\beta_Y\alpha^2}{s} \left| g_X u_{2R}^{(1)}(0) + g_Y v_{2R}^{(1)}(0) + g_Z w_{2R}^{(1)}(0) \right|^2,$$

$$\sigma_Z = \frac{\pi\beta_Z\alpha^2}{s} \left| g_X u_{3R}^{(1)}(0) + g_Y v_{3R}^{(1)}(0) + g_Z w_{3R}^{(1)}(0) \right|^2.$$

$D\bar{D}$, $D^*\bar{D}$ и $D^*\bar{D}^*$ взаимодействие

	Изоскалярный обмен		Изовекторный обмен	
	$U^{(0)}$ (MeV)	$R^{(0)}$ (fm)	$U^{(1)}$ (MeV)	$R^{(1)}$ (fm)
V_{11}	-233.2	1.432	56.5	1.925
V_{22}	-104	1.61	184.6	0.932
V_{33}	-18.4	2.198	129.5	1.263
V_{12}	143.5	1.708	5.9	2.671
V_{13}	43	1.73	-100.9	0.443
V_{23}	-22.5	1.821	-13.6	1.425