

# Трижды и четырежды тяжёлые тетракварки в релятивистской кварковой модели

Елена Савченко<sup>1,2</sup> Владимир Галкин<sup>2</sup>

<sup>1</sup>кафедра Квантовой теории и физики высоких энергий  
Московского Государственного Университета имени М.В.Ломоносова

<sup>2</sup>Федеральный исследовательский центр  
“Информатика и управление” Российской Академии Наук

Сессия-конференция секции ядерной физики ОФН РАН,  
посвящённая 70-летию В.А.Рубакова,  
18 февраля 2025



# Введение

Трижды и четырежды  
тяжёлые тетракварки  
в релятивистской  
кварковой модели

Елена Савченко  
Владимир Галкин

Введение

Описание  
модели

Релятивистская  
кварковая  
модель

Результаты

Анализ

Эксперимент

Выводы

Публикации

## ◇ “Обычные” адроны:

- барионы  $qqq$ ,
- мезоны  $q\bar{q}$ .

## ◇ Экзотические адроны:

- тетракварки  $qq\bar{q}\bar{q}$ ,
- пентакварки  $qqqq\bar{q}$ , и др.

## ◇ Активные поиски ведутся в том числе на Большом Адронном Коллайдере Коллаборациями LHCb, ATLAS и CMS.



# Описание модели I

Трижды и четырежды  
тяжёлые тетракварки  
в релятивистской  
кварковой модели

Елена Савченко  
Владимир Галкин

Введение

Описание  
модели

Релятивистская  
кварковая  
модель

Результаты

Анализ

Эксперимент

Выводы

Публикации

## ◇ Кварковый состав:

- $Q, Q' = c, b, Q \neq Q'$ .
- $q = u, d, s$ .

## ◇ Трижды тяжёлые тетракварки:

- с одним открытым тяжёлым ароматом:
  - $QQ\bar{Q}\bar{q}$  (+ c.c.).
- с одним открытым и другим скрытым тяжёлыми ароматами:
  - $QQ'\bar{Q}\bar{q}$  (+ c.c.).
- с двумя открытыми тяжёлыми ароматами:
  - $QQ\bar{Q}'\bar{q}$  (+ c.c.).



## ◇ Четырежды тяжёлые тетракварки:

- симметричные:

- $QQ\overline{QQ}$ ,
- $QQ'\overline{QQ'}$ .

- асимметричные:

- $QQQ\overline{Q}$  (+ с.с.),
- $QQQ'\overline{Q'}$  (+ с.с.).



# Описание модели III

Трижды и четырежды  
тяжёлые тетраварки  
в релятивистской  
кварковой модели

Елена Савченко  
Владимир Галкин

Введение

Описание  
модели

Релятивистская  
кварковая  
модель

Результаты

Анализ

Эксперимент

Выводы

Публикации

## ◇ Связанное состояние дикварк–антидикварк:

- трижды тяжёлые:  $\{(Q_1 Q_2) - (\bar{Q}_3 \bar{Q}_4)\}$ ,
- четырежды тяжёлые:  $\{(Q_1 Q_2) - (\bar{Q}_3 \bar{Q}_4)\}$ .

## ◇ Рассматриваемые дикварки:

- неточечные (учитывается внутренняя структура),
- основное состояние ( $1S$ ),
- цветовой антитриплет ( $\bar{3}_c$ ),
- все массы и формфакторы дикварков были вычислены ранее при анализе свойств барионов.



# Описание модели IV

Трижды и четырежды  
тяжёлые тетраварки  
в релятивистской  
кварковой модели

Елена Савченко  
Владимир Галкин

Введение

Описание  
модели

Релятивистская  
кварковая  
модель

Результаты

Анализ

Эксперимент

Выводы

Публикации

- ◇ Спин дикварка в основном состоянии:
  - $J = 0$  — скалярный (S),
  - $J = 1$  — аксиально-векторный (A).
- ◇ Возможные состояния дикварков:
  - только аксиально-векторный (A):
    - QQ.
  - аксиально-векторный или скалярный (A, S):
    - QQ',
    - Qq.



# Описание модели V

Трижды и четырежды  
тяжёлые тетракварки  
в релятивистской  
кварковой модели

Елена Савченко  
Владимир Галкин

Введение

Описание  
модели

Релятивистская  
кварковая  
модель

Результаты

Анализ

Эксперимент

Выводы

Публикации

## ◇ Возможные конфигурации тетракварка:

### ● Трижды тяжёлые тетракварки:

- $A\bar{A}$  — любой состав,
- $A\bar{S}$  — любой состав,
- $S\bar{A}$  —  $QQ'\bar{Q}\bar{q}$  (+ с.с.),
- $S\bar{S}$  —  $QQ'\bar{Q}\bar{q}$  (+ с.с.).

### ● Четырежды тяжёлые тетракварки:

- $A\bar{A}$  — любой состав,
- $A\bar{S}$  —  $QQ\bar{Q}\bar{Q}'$  (/ с.с.),  $QQ'\bar{Q}\bar{Q}'$ ,
- $S\bar{A}$  —  $QQ\bar{Q}\bar{Q}'$  (/ с.с.),  $QQ'\bar{Q}\bar{Q}'$ ,
- $S\bar{S}$  —  $QQ'\bar{Q}\bar{Q}'$ .



# Релятивистская кварковая модель I

Трижды и четырежды  
тяжёлые тетракварки  
в релятивистской  
кварковой модели

Елена Савченко  
Владимир Галкин

Введение

Описание  
модели

Релятивистская  
кварковая  
модель

Результаты

Анализ

Эксперимент

Выводы

Публикации

- ◇ Релятивистское квазипотенциальное уравнение типа Шрёдингера:

$$\left( \frac{b^2(M)}{2\mu_R(M)} - \frac{\mathbf{p}^2}{2\mu_R(M)} \right) \Psi_{d,T}(\mathbf{p}) = \int \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} V(\mathbf{p}, \mathbf{q}; M) \Psi_{d,T}(\mathbf{q})$$

$$\mu_R = \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2} = \frac{M^4 - (m_1^2 - m_2^2)^2}{4M^3}$$

$$b^2(M) = \frac{[M^2 - (m_1 + m_2)^2][M^2 - (m_1 - m_2)^2]}{4M^2}$$



# Релятивистская кварковая модель II

Трижды и четырежды  
тяжёлые тетракварки  
в релятивистской  
кварковой модели

Елена Савченко  
Владимир Галкин

Введение

Описание  
модели

Релятивистская  
кварковая  
модель

Результаты

Анализ

Эксперимент

Выводы

Публикации

- ◇ Все параметры модели (включая конstituентные массы кварков) были фиксированы из ранее проведённых исследований свойств мезонов и барионов.
- ◇ Квазипотенциал дикварк–антидикваркового взаимодействия:

$$V(\mathbf{p}, \mathbf{q}; M) = \frac{\langle d(\mathcal{P}) | J_\mu | d(\mathcal{Q}) \rangle}{2\sqrt{E_d} \sqrt{E_d}} \frac{4}{3} \alpha_s D^{\mu\nu}(\mathbf{k}) \frac{\langle d'(\mathcal{P}') | J_\nu | d'(\mathcal{Q}') \rangle}{2\sqrt{E_{d'}} \sqrt{E_{d'}}}$$

$$+ \Psi_d^*(\mathcal{P}) \Psi_{d'}^*(\mathcal{P}') [J_{d;\mu} J_{d'}^\mu V_{\text{конф.}}^{\text{вект.}}(\mathbf{k}) + V_{\text{конф.}}^{\text{ск.}}(\mathbf{k})] \Psi_d(\mathcal{Q}) \Psi_{d'}(\mathcal{Q}')$$



# Результаты I

Трижды и четырежды тяжёлые тетракварки в релятивистской кварковой модели

Елена Савченко  
Владимир Галкин

Введение

Описание модели

Релятивистская кварковая модель

Результаты

Анализ

Эксперимент

Выводы

Публикации

## ◇ Трижды тяжёлые тетракварки с одним открытым тяжёлым ароматом:

Таблица 1: Массы (МэВ) основных состояний и радиальных возбуждений трижды тяжёлых тетракварков с одним открытым тяжёлым ароматом ( $cc\bar{c}\bar{c}$ ,  $cc\bar{c}s$ ,  $bb\bar{b}\bar{b}$ ,  $bb\bar{b}s$  + с.с.).

$d\bar{d}'$	$nL$	$n_r$	$L$	$S$	$J$	$J^P$	$M_{cc\bar{c}\bar{c}}$	$M_{cc\bar{c}s}$	$M_{bb\bar{b}\bar{b}}$	$M_{bb\bar{b}s}$
$A\bar{A}$	1S	0	0	0	0	$0^+$	5080	5205	14895	14998
				1	1	$1^+$	5104	5227	14901	15003
				2	2	$2^+$	5147	5267	14913	15014
	2S	1	0	0	0	$0^+$	5709	5823	15327	15427
				1	1	$1^+$	5714	5828	15329	15428
				2	2	$2^+$	5724	5837	15332	15432
	2P	1	1	1	0	$0^-$	6014	6121	15500	15599
				0	0		6005	6112	15501	15599
				1	1	$1^-$	6016	6122	15502	15600
				2	2		6028	6134	15503	15601
				1	2	$2^-$	6013	6119	15503	15601
				2	2		6029	6135	15505	15603
	2	3	$3^-$	6027	6132	15507	15605			
	3S	2	0	0	0	$0^+$	6265	6370	15633	15731
				1	1	$1^+$	6267	6371	15633	15732
2				2	$2^+$	6269	6372	15635	15733	
$A\bar{S}$	1S	0	0	1	1	$1^+$	5060	5180	14885	14989
	2S	1	0		1	$1^+$	5660	5770	15309	15410
	2P	1	1		0	$0^-$	5962	6065	15480	15581
					1	$1^-$	5964	6066	15482	15582
					2	$2^-$	5968	6069	15484	15583
	3S	2	0		1	$1^+$	6215	6315	15613	15713



# Анализ I

Трижды и четырежды  
тяжёлые тетракварки  
в релятивистской  
кварковой модели

Елена Савченко  
Владимир Галкин

Введение

Описание  
модели

Релятивистская  
кварковая  
модель

Результаты

Анализ

Эксперимент

Выводы

Публикации

- ◇ Если энергетически разрешено, тетракварк разваливается на пару мезонов, состоящих из исходных кварков.

$$\Delta = M_{\text{тетракварк}} - M_{\text{низший}}^{\text{порог}}$$

- ◇ Если  $\Delta < 0$ , состояние устойчиво к сильным распадам путём “развала”.
- ◇ Чем меньше  $\Delta > 0$ , тем уже состояние.



# Анализ II

Трижды и четырежды  
тяжёлые тетраварки  
в релятивистской  
кварковой модели

Елена Савченко  
Владимир Галкин

Введение

Описание  
модели

Релятивистская  
кварковая  
модель

Результаты

Анализ

Эксперимент

Выводы

Публикации

- ◇ Большая часть состояний лежит сильно выше порогов с величиной  $\Delta > 100$  МэВ.
- ◇ Ряд состояний лежат над пороговыми с величиной  $50 < \Delta < 100$  МэВ.
- ◇ Несколько состояний лежат немного над пороговыми с величиной  $0 < \Delta < 50$  МэВ.
- ◇ Отдельные состояния лежат под пороговыми с величиной  $\Delta < 0$ .



## ◆ Наиболее вероятные кандидаты для экспериментального наблюдения:

- трижды тяжёлые тетракварки с одним открытым тяжёлым ароматом:

Таблица 2: Основные и радиально и орбитально возбуждённые состояния трижды тяжёлых тетракварков с одним открытым тяжёлым ароматом ( $ccc\bar{u}$ ,  $cccs$ ,  $bbb\bar{u}$ ,  $bbbs$  + с.с.), лежащие прямо над или под порогами распада на пары мезонов.

$QQ'\bar{Q}''\bar{q}$	$d\bar{d}'$	nL	S	$J^P$	M	$M_{\text{порог}}$	$\Delta$	пара мезонов		
$ccc\bar{u}$	$A\bar{A}$	1S	2	$2^+$	5147	5104	43	$D_s^{*0}(2007)^0 J/\psi(1S)$		
		1P	1	$2^-$	5492	5421	71	$D^0 \chi_{c2}(1P)$		
			2	$2^-$	5501		9			
			2	$3^-$	<b>5509</b>	5558	<b>-49</b>		$D_s^{*0}(2460) J/\psi(1S)$	
	1D	2	$4^+$	<b>5829</b>	5850	<b>-21</b>	$D_s^{*0}(2007)^0 \psi_3(3842)$			
	$A\bar{S}$	1S			$1^+$	5060	4962	98	$D_s^0 J/\psi(1S)$	
		1P		1	$1^-$	5430	5376	54	$D_s^0 \chi_{c1}(1P)$	
						$2^-$	5441	5421	20	$D_s^0 \chi_{c2}(1P)$
						$3^+$	5773	5708	65	$D_s^0 \psi_3(3842)$
		1D								
$cccs$		$A\bar{A}$	1S	2	$2^+$	5267	5209	58	$D_s^{*+} J/\psi(1S)$	
	1P		1	$2^-$	5607	5525	82	$D_s^+ \chi_{c2}(1P)$		
			2	$2^-$	5616		91			
			2	$3^-$	<b>5623</b>	5666	<b>-43</b>		$D_s^{*+}(2573) J/\psi(1S)$	
	1D	2	$4^+$	<b>5938</b>	5955	<b>-17</b>	$D_s^{*+} \psi_3(3842)$			
	$A\bar{S}$	1P		1	$2^-$	5552	5525	27	$D_s^+ \chi_{c2}(1P)$	
		1D								
						$3^+$	5878	5811	67	$D_s^+ \psi_3(3842)$



# Анализ IV

Трижды и четырежды тяжёлые тетракварки в релятивистской кварковой модели

Елена Савченко  
Владимир Галкин

Введение

Описание модели

Релятивистская кварковая модель

Результаты

Анализ

Эксперимент

Выводы

Публикации

Таблица 2: продолжение таблицы.

$QQ'\bar{Q}'\bar{Q}$	$d\bar{d}'$	$nL$	S	$J^P$	M	$M_{\text{баррер}}$	$\Delta$	пара мезонов
$bb\bar{b}\bar{b}$	$A\bar{A}$	1P	1	$0^-$	15181	15139	42	$B^+ \chi_{10}(1P)$
			0		15183		58	
			1	$1^-$	15184	15125	59	$B_1(5721) \eta_b(1S)$
			2		15185		60	
		1	$2^-$	15188	15136	52	$B_2^*(5747) \eta_b(1S)$	
		2	$3^-$	<b>15193</b>	15198	<b>-5</b>	$B_2^*(5747) \Upsilon(1S)$	
		2	$3^+$	<b>15394</b>	15488	<b>-94</b>	$B^* \Upsilon_2(1D)$	
	1D	2	$4^+$	<b>15395</b>		<b>-93</b>		
		2	$4^+$	<b>15396</b>	15649	<b>-253</b>	$B_2^*(5747) \chi_{102}(1P)$	
			$0^-$	15162	15139	23	$B^+ \chi_{10}(1P)$	
	$A\bar{S}$	1P	1	$1^-$	15164	15125	39	$B_1(5721) \eta_b(1S)$
				$2^-$	15168	15136	32	$B_2^*(5747) \eta_b(1S)$
				$3^+$	<b>15374</b>	15488	<b>-114</b>	$B^* \Upsilon_2(1D)$
		1D						
$bb\bar{b}\bar{s}$	$A\bar{A}$	1P	1	$0^-$	15281	15226	55	$B_s^0 \chi_{10}(1P)$
			0		15282		55	
			1	$1^-$	15284	15227	57	$B_{s1}(5830)^0 \eta_b(1S)$
			2		15284		57	
		1	$2^-$	15287	15239	48	$B_{s2}^*(5840)^0 \eta_b(1S)$	
		2	$3^-$	<b>15292</b>	15300	<b>-8</b>	$B_{s2}^*(5840)^0 \Upsilon(1S)$	
		2	$3^+$	<b>15492</b>	15579	<b>-87</b>	$B_s^* \Upsilon_2(1D)$	
	1D	2	$4^+$	<b>15493</b>		<b>-86</b>		
		2	$4^+$	<b>15495</b>	15752	<b>-257</b>	$B_{s2}^*(5840)^0 \chi_{102}(1P)$	
			$0^-$	15263	15226	37	$B_s^0 \chi_{10}(1P)$	
	$A\bar{S}$	1P	1	$1^-$	15265	15227	38	$B_{s1}(5830)^0 \eta_b(1S)$
				$2^-$	15269	15239	30	$B_{s2}^*(5840)^0 \eta_b(1S)$
				$3^+$	<b>15474</b>	15579	<b>-105</b>	$B_s^* \Upsilon_2(1D)$
		1D						



- ◇ В секторе четырежды тяжёлых тетракварков уже имеются экспериментальные успехи:
  - Исследуя парное рождение чармониев, в 2020 году Коллаборация LHCb объявила об обнаружении узкого резонанса  $X(6900)$ .
  - Также были зафиксированы широкие структуры в районах 6.4 и 7.2 ГэВ.
  - В 2022 году Коллаборации ATLAS и CMS подтвердили  $X(6900)$  и указали на ещё несколько структур, включая замеченные ранее в районах 6.4 и 7.2 ГэВ.



# Экспериментальные данные II

## ● Обнаруженные состояния и наши предсказания:

Трижды и четырежды тяжёлые тетракварки в релятивистской кварковой модели

Таблица 3: Экзотические X-состояния, наблюдаемые Коллаборациями LHCb, ATLAS и CMS в инвариантном спектре масс  $J/\psi J/\psi$  и  $J\psi \psi(2S)$  мезонов, и наши кандидаты для их интерпретации.

Коллаборация	Резонанс	M	$\Gamma$	Наши кандидаты				
				nL	S	J <sup>PC</sup>	M	
LHCb	X(6600)	$6400 \div 6600$		1S	2	2 <sup>++</sup>	6367	
ATLAS		$m_0$ , model A	$6410 \pm 80^{+80}_{-30}$					$590 \pm 350^{+120}_{-200}$
ATLAS		$m_1$ , model B	$6650 \pm 20^{+30}_{-20}$					$440 \pm 50^{+60}_{-50}$
ATLAS		$m_1$ , model A	$6630 \pm 50^{+80}_{-10}$	$350 \pm 110^{+110}_{-40}$	2S	0	0 <sup>++</sup>	6782
CMS		BW <sub>1</sub> , no interference	$6552 \pm 10 \pm 12$	$124^{+32}_{-26} \pm 33$				
CMS		BW <sub>1</sub> , interference	$6638^{+43+16}_{-38-31}$	$440^{+230+110}_{-200-240}$				
LHCb	X(6900)	$6905 \pm 11 \pm 7$	$80 \pm 19 \pm 33$	2S	2	2 <sup>++</sup>	6868	
LHCb		NRSPS, no interference	$6886 \pm 11 \pm 11$					$168 \pm 33 \pm 69$
LHCb		NRSPS, interference	$6860 \pm 30^{+10}_{-20}$	$110 \pm 50^{+20}_{-10}$	1D	2	2 <sup>++</sup>	6921
ATLAS		$m_2$ , model A	$6910 \pm 10 \pm 10$	$150 \pm 30 \pm 10$				
ATLAS		$m_2$ , model B	$6960 \pm 50 \pm 30$	$510 \pm 170^{+110}_{-100}$				
ATLAS		$m_3$ , model $\beta$	$6927 \pm 9 \pm 4$	$122^{+24}_{-21} \pm 18$				
CMS	BW <sub>2</sub> , no interference	$6847^{+44+48}_{-28-20}$	$191^{+66+25}_{-49-17}$					
CMS	BW <sub>2</sub> , interference							
LHCb	X(7200)	$7200 \div 7400$		3S	0	0 <sup>++</sup>	7259	
ATLAS		$m_3$ , model $\alpha$	$7220 \pm 30^{+10}_{-30}$					$90 \pm 60^{+60}_{-30}$
ATLAS		BW <sub>3</sub> , no interference	$7287^{+20}_{-18} \pm 5$	$95^{+59}_{-40} \pm 19$	2	2 <sup>++</sup>	7333	
CMS		BW <sub>3</sub> , interference	$7134^{+48+41}_{-25-15}$	$97^{+40+29}_{-29-26}$				



# Экспериментальные данные III

Трижды и четырежды  
тяжёлые тетракварки  
в релятивистской  
кварковой модели

Елена Савченко  
Владимир Галкин

Введение

Описание  
модели

Релятивистская  
кварковая  
модель

Результаты

Анализ

Эксперимент

Выводы

Публикации

- ◇ В ближайшем будущем ожидаются многочисленные новые экспериментальные данные, в том числе и в интересующих нас процессах и диапазонах энергии.



# Выводы I

Трижды и четырежды  
тяжёлые тетракварки  
в релятивистской  
кварковой модели

Елена Савченко  
Владимир Галкин

Введение

Описание  
модели

Релятивистская  
кварковая  
модель

Результаты

Анализ

Эксперимент

Выводы

Публикации

- ◇ Вычислены массы основных и радиально и орбитально возбуждённых состояний всех возможных составов трижды и четырежды тяжёлых тетракварков.
- ◇ Был учтён конечный размер дикварка.
- ◇ Дикварки и антидикварки рассматривались как взаимодействующие целиком.



# Выводы II

Трижды и четырежды  
тяжёлые тетракварки  
в релятивистской  
кварковой модели

Елена Савченко  
Владимир Галкин

Введение

Описание  
модели

Релятивистская  
кварковая  
модель

Результаты

Анализ

Эксперимент

Выводы

Публикации

- ◇ Выделены состояния трижды тяжёлых тетракварков, которые могут быть экспериментально обнаружены.
- ◇ Уже имеются экспериментальные данные по четырежды тяжёлым тетракваркам, и наши предсказания в рамках Релятивистской Кварковой Модели согласуются с ними.



Трижды и четырежды  
тяжёлые тетракварки  
в релятивистской  
кварковой модели

Елена Савченко  
Владимир Галкин

Введение

Описание  
модели

Релятивистская  
кварковая  
модель

Результаты

Анализ

Эксперимент

Выводы

Публикации

## ❖ Предыдущие связанные публикации:

- Masses of the  $QQ\bar{Q}\bar{Q}$  tetraquarks in the relativistic diquark–antidiquark picture, *Physical Review D*, 2020, vol. 102, №11, p. 114030;
- Heavy Tetraquarks in the Relativistic Quark Model, *Universe*, 2021, vol. 7, №4, p. 94;
- Fully Heavy Tetraquark Spectroscopy in the Relativistic Quark Model, *Symmetry*, 2022, vol. 14, №12, p. 2504;
- Relativistic description of asymmetric fully heavy tetraquarks in the diquark–antidiquark model, *The European Physical Journal A*, 2024, vol. 60, №96;
- Relativistic Description of Asymmetric Fully Heavy Tetraquarks, *Physics of Particles and Nuclei Letters*, 2024, vol. 21, №4, p. 597–600;
- Relativistic Description of Fully Heavy Tetraquark Spectroscopy, *Moscow University Physics Bulletin*, 2024, vol. 79, suppl. 1, p. S170–S173.



Трижды и четырежды  
тяжёлые тетраварки  
в релятивистской  
кварковой модели

Елена Савченко  
Владимир Галкин

Введение

Описание  
модели

Релятивистская  
кварковая  
модель

Результаты

Анализ

Эксперимент

Выводы

Публикации

# Спасибо за внимание!

Исследование поддержано Фондом развития теоретической  
физики и математики “БАЗИС”, грант №22-2-10-3-1.