

Рождение связанных состояний тяжелых кварков в редких
эксклюзивных распадах бозона Хиггса
Сессия-конференция, посвященная 70-летию В.А. Рубакова

Ф. А. Мартыненко, А. П. Мартыненко, А. В. Эскин

Самарский университет

17-21 февраля 2025

Цель работы

Цель работы - вычисление ширин распада бозона Хиггса с рождением пары S - и P - волновых чармониев ($c\bar{c}$), а также $T_{cc\bar{c}\bar{c}}$ тетракварка:

$$H \rightarrow J/\Psi + \begin{pmatrix} \chi_{c0} \\ \chi_{c1} \\ \chi_{c2} \\ h_c \end{pmatrix}, \quad H \rightarrow \eta_c + \begin{pmatrix} \chi_{c0} \\ \chi_{c1} \\ \chi_{c2} \\ h_c \end{pmatrix}$$
$$H \rightarrow T_{cc\bar{c}\bar{c}} + \gamma$$

Данная работа продолжает исследование парного рождения связанных состояний в редких эксклюзивных распадах бозона Хиггса:



Faustov R. N., Martynenko F. A., Martynenko A. P. Higgs boson decay to the pair of S-and P-wave B c mesons, EPJ A. V. 58., P.4 (2022).



Faustov R. N., Martynenko A. P., Martynenko F. A. Relativistic corrections to paired production of charmonium and bottomonium in decays of the Higgs boson, PRD, V. 107., P. 056002 (2023).



Martynenko F.A., Martynenko A.P., Eskin A.V., Production of dileptonic bound states in the Higgs boson decay, PRD, V. 110, 056016 (2024).

Парное рождение чармониев

Изучение свойств бозона Хиггса представляет в настоящее время важное направление исследований в Стандартной модели и поиска Новой физики за пределами Стандартной модели.



d'Enterria D., Le V. D. Rare and exclusive few-body decays of the Higgs, Z, W bosons, and the top quark //arXiv preprint arXiv:2312.11211. – 2023.



Berezhnoy A. V., Likhoded A. K., Luchinsky A. V., Novoselov A. A., Production of J/ψ -meson pairs and $4c$ tetraquark at the LHC, Phys. Rev. D 84, 094023 (2011)

Поиск парного рождения чармониев в эксперименте на LHC:







Sirunyan, A.M., et al. Search for Higgs and Z boson decays to J/ψ or Υ pairs in the four-muon final state in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV. Phys. Lett. B, 797, 134811 (2019).



The CMS Collaboration, Search for Higgs boson decays into Z and J/ψ and for Higgs and Z boson decays into J/ψ or Υ pairs in pp collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV, Phys. Lett. B, 842, 137534 (2023)

Рождение тетракварков

В последние годы ведется активный поиск мультикварковых связанных состояний

-  R. Aaij, et al. (LHCb Collaboration), Sci. Bull. **65**, 1983 (2020),
-  R. N. Faustov, V. O. Galkin, E. M. Savchenko, Universe **7**, 94 (2021),
-  H. X. Chen, W. Chen, X. Liu, S. L. Zhu, Phys. Rep. **639**, 1-121 (2016),
-  S. L. Olsen, T. Skwarnicki, D. Zieminska, Rev. Mod. Phys. **90**, 015003 (2018)

Исследования рождения тетракварков в $p - p$ взаимодействии, в $e^+ - e^-$ аннигиляции, в распадах B-мезонов

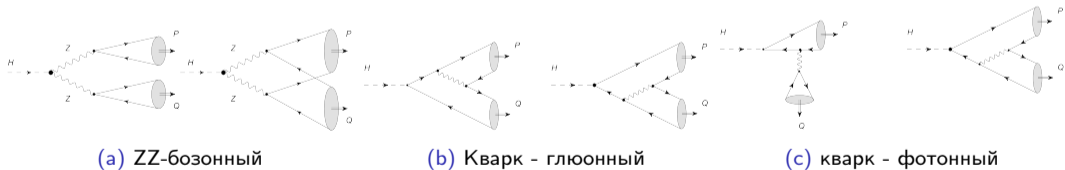
-  A. Szczurek, W. Schäfer, R. Maciula, Acta Phys. Polonica B Proc. Suppl. **16**, 5-A24 (2023),
-  V. P. Goncalves, B. D. Moreira, Phys. Lett. B **816**, 136249 (2021)
-  Q. Qin, J.-L. Qiu, Fu-Sh. Yu, Eur. Phys. J. C **83**:227 (2023);
-  A. V. Berezhnoy, A. V. Luchinsky, and A. A. Novoselov, Rev. D **86**, 034004 (2012);
-  V. R. Debastiani and F. S. Navarra, Chinese Physics C **43**, 1, 013105 (2019);
-  J. Wu,¹ Y.-R. Liu, K. Chen, X. Liu, and Sh.-L. Zhu, Phys. Rev. D **97**, 094015 (2018);

Амплитуды парного рождения

В работе рассчитываются ширины распада в следующие пары ($S + P$) чармониев:

$$H(0^+) \rightarrow \eta_c(0^{-+}) + \chi_{c1}(1^{++}), \quad H(0^+) \rightarrow J/\psi(1^{--}) + h_c(1^{+-})$$

Механизмы парного рождения чармониев в распаде бозона Хиггса:



Метод исследования

Вычисление ширин распада проводится в рамках релятивистского квазипотенциального подхода.

Амплитуда рождения чармониев представляется сверткой амплитуды рождения свободных кварков с волновыми функциями связанного состояния.

$$d\Gamma = \frac{|\mathbf{P}|}{32\pi^2 M_H^2} |\bar{\mathcal{M}}|^2 d\Omega, \quad \mathcal{M} = \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^3} M_{H \rightarrow c+c+\bar{c}+\bar{c}}(\mathbf{p}, P, \mathbf{q}, Q) \Psi_{c\bar{c}}(\mathbf{p}, P) \Psi_{c\bar{c}}(\mathbf{q}, Q)$$

Расчет амплитуды выполняется в системе отсчета, в которой конечные связанные состояния движутся с импульсами P , Q . Кинематика имеет вид

$$p_{1,2} = \frac{1}{2}P \pm p, \quad q_{1,2} = \frac{1}{2}Q \pm q, \quad (p \cdot P) = 0, \quad (q \cdot Q) = 0.$$

$p_{1,2}$, $q_{1,2}$ - импульсы кварков, P , Q - импульсы связанных состояний, p , q - относительный импульсы кварков в связанных состояниях.

Метод исследования

В результате преобразования Лоренца из системы покоя в движущуюся, релятивистские волновые функции:

$$\Psi_{\mathcal{P}}(p, P) = \frac{\Psi^0(\mathbf{p})}{\left[\frac{\epsilon(p)}{m} \frac{\epsilon(p)+m}{2m}\right]} \left[\frac{\hat{v}_1 - 1}{2} + \hat{v}_1 \frac{\mathbf{p}^2}{2m(\epsilon(p) + m)} - \frac{\hat{p}}{2m} \right] \\ \times \gamma_5(1 + \hat{v}_1) \left[\frac{\hat{v}_1 + 1}{2} + \hat{v}_1 \frac{\mathbf{p}^2}{2m(\epsilon(p) + m)} + \frac{\hat{p}}{2m} \right],$$

$$\Psi_{\mathcal{V}}(q, Q) = \frac{\Psi^0(\mathbf{q})}{\left[\frac{\epsilon(q)}{m} \frac{\epsilon(q)+m}{2m}\right]} \left[\frac{\hat{v}_2 - 1}{2} + \hat{v}_2 \frac{\mathbf{q}^2}{2m(\epsilon(q) + m)} + \frac{\hat{q}}{2m} \right] \\ \times \hat{\epsilon}(v_2, S_z)(1 + \hat{v}_2) \left[\frac{\hat{v}_2 + 1}{2} + \hat{v}_2 \frac{\mathbf{q}^2}{2m(\epsilon(q) + m)} - \frac{\hat{q}}{2m} \right],$$

$v_1 = P/M_1$, $v_2 = Q/M_2$. $\epsilon(p) = \sqrt{p^2 + m^2}$ - релятивистская энергия кварка.

Метод исследования

Проекционные операторы на состояния с определенным спином связанного состояния:

$$\hat{\Pi} = [\bar{u}(0)v(0)]_{S=0, 1} = \begin{cases} \frac{1+\hat{v}}{2\sqrt{2}}\gamma_5, & S = 0 \\ \frac{1+\hat{v}}{2\sqrt{2}}\hat{\varepsilon}(S_z), & S = 1 \end{cases}$$

$\varepsilon(S_z)$ - вектор поляризации спинового состояния чармония.

Для P - волнового чармония вектор поляризации орбитального движения $\varepsilon(L_z)$ определяется следующим образом:

$$\int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^3} q_\mu \psi_{LL_z}(\mathbf{q}) = -i\varepsilon_\mu(L_z) \sqrt{\frac{3}{4\pi}} R'_P(0),$$

где $R'_P(0)$ - производная радиальной волновой функции в нуле. При сложении спинового и орбитального угловых моментов можно выделить отдельные состояния с полным моментом $J = 0, 1, 2$:

$$\Psi_{\alpha\beta}(J, J_z) = \sum_{L_z, S_z} \langle 1, L_z; 1, S_z | J, J_z \rangle \varepsilon_\alpha(L_z) \varepsilon_\beta(S_z) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{3}}(g_{\alpha\beta} - v_\alpha v_\beta), & J = 0, \\ \frac{i}{\sqrt{2}}\varepsilon_{\alpha\beta\mu\nu} v^\mu \varepsilon^\nu(J_z), & J = 1, \\ \varepsilon_{\alpha\beta}(J_z), & J = 2, \end{cases}$$

Релятивистские поправки в амплитуде взаимодействия

Релятивистские поправки к ширине распада делятся на два типа:

- поправки в амплитуде взаимодействия. Определяются степенями относительных импульсов \mathbf{p}/m , \mathbf{q}/m .
- поправки к волновой функции связанного состояния

Интегрирование по относительному импульсу S - волнового чармония

$$\frac{|\mathbf{p}|}{2m} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\epsilon(p) - m}{\epsilon(p) + m} \right)^{n+\frac{1}{2}}, \quad I^{(i)} = \int_0^{\infty} p^2 R(p) \frac{\epsilon(p) + m}{2\epsilon(p)} \left(\frac{\epsilon(p) - m}{\epsilon(p) + m} \right)^i dp, \quad \omega_i = \frac{I^{(i)}}{I^{(0)}}.$$

Интегрирование по относительному импульсу P - волнового чармония:

$$J_n = \int_0^{\infty} q^3 R(q) \frac{(\epsilon(q) + m)}{2\epsilon(q)} \left(\frac{\epsilon(q) - m}{\epsilon(q) + m} \right)^n dq, \quad \tilde{\omega}_n = \frac{J_n}{J_0},$$

$$\tilde{R}(0) = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} \frac{(\epsilon(p) + m)}{2\epsilon(p)} p^2 R(p) dp, \quad \tilde{R}'(0) = \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} \frac{(\epsilon(q) + m)}{2\epsilon(q)} q^3 R(q) dq.$$

Релятивистские поправки к волновой функции мезона

Вычисление волновой функции связанного состояния проводится в рамках релятивистской кварковой модели, как решение уравнение Шредингера с потенциалом кварк - антикваркового взаимодействия:

$$H = H_0 + \Delta U_1 + \Delta U_2, \quad H_0 = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m_1^2} + \sqrt{\mathbf{p}^2 + m_2^2} - \frac{4\tilde{\alpha}_s}{3r} + (Ar + B),$$

$$\Delta U_1(r) = -\frac{\alpha_s^2}{3\pi r} [2\beta_0 \ln(\mu r) + a_1 + 2\gamma_E \beta_0], \quad a_1 = \frac{31}{3} - \frac{10}{9} n_f, \quad \beta_0 = 11 - \frac{2}{3} n_f,$$

$$\Delta U_2(r) = -\frac{2\alpha_s}{3m_1 m_2 r} \left[\mathbf{p}^2 + \frac{\mathbf{r}(\mathbf{r}\mathbf{p})\mathbf{p}}{r^2} \right] + \frac{2\pi\alpha_s}{3} \left(\frac{1}{m_1^2} + \frac{1}{m_2^2} \right) \delta(\mathbf{r}) + \frac{4\alpha_s}{3r^3} \left(\frac{1}{2m_1^2} + \frac{1}{m_1 m_2} \right) (\mathbf{S}_1 \mathbf{L}) +$$

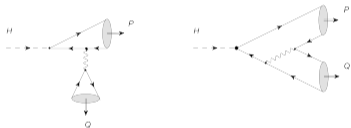
$$+ \frac{4\alpha_s}{3r^3} \left(\frac{1}{2m_2^2} + \frac{1}{m_1 m_2} \right) (\mathbf{S}_2 \mathbf{L}) + \frac{32\pi\alpha_s}{9m_1 m_2} (\mathbf{S}_1 \mathbf{S}_2) \delta(\mathbf{r}) + \frac{4\alpha_s}{m_1 m_2 r^3} \left[\frac{(\mathbf{S}_1 \mathbf{r})(\mathbf{S}_2 \mathbf{r})}{r^2} - \frac{1}{3} (\mathbf{S}_1 \mathbf{S}_2) \right] -$$

$$-\frac{\alpha_s^2 (m_1 + m_2)}{m_1 m_2 r^2} \left[1 - \frac{4m_1 m_2}{9(m_1 + m_2)^2} \right],$$

Мезон	J^{PC}	Масса, МэВ	$\tilde{R}(0), \tilde{R}'(0)$	$\omega_1, \tilde{\omega}_1$
$\eta_c(1S)$	(0^{-+})	2984.1	0.92	0.20
$J/\Psi(1S)$	(1^{--})	3096.900	0.81	0.20
$\chi_{c0}(1P)$	(0^{++})	3414.71	0.33	0.039
$\chi_{c1}(1P)$	(1^{++})	3510.67	0.20	0.052
$\chi_{c2}(1P)$	(2^{++})	3556.17	0.13	0.067
$h_c(1P)$	(1^{+-})	3525.37	0.17	0.058

Парное рождение. Кварк - фотонный механизм

$$M_{H \rightarrow c\bar{c}\gamma \rightarrow J/\psi + h_c} = \frac{32 \cdot 2^{1/4} \alpha \sqrt{\pi r_2} G_f (3 + \omega_1) (-1 + \tilde{\omega}_1) \tilde{R}'_P(0) \tilde{R}_S(0)}{\sqrt{3} r_1 M_H^2} \times \varepsilon_\beta(v_2, J_z) \varepsilon_\lambda(v_1, S_z) e^{v_1 v_2 \beta \lambda},$$



$$\Gamma_{H \rightarrow c\bar{c}\gamma \rightarrow J/\psi + h_c} = \frac{64 \sqrt{2} \alpha^2 G_f |\mathbf{P}| |\tilde{R}'_P(0)|^2 |\tilde{R}_S(0)|^2}{3 M_H^6 r_1^3 r_2} \times$$

$$(r_1^4 + (r_2^2 - 1)^2 - 2r_1^2(1 + r_2^2))(3 + \omega_1)^2 + (-1 + \tilde{\omega}_1)^2.$$

Аналитические результаты определяются набором отношений масс частиц:

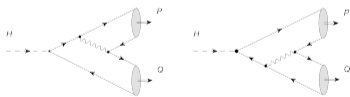
$$r_1 = \frac{M_1}{M_H}, \quad r_2 = \frac{M_2}{M_H}, \quad r_3 = \frac{M_1}{M_Z}, \quad r_4 = \frac{M_2}{M_Z}, \quad r_5 = \frac{M_H}{M_Z}.$$

$$|\mathbf{P}| = \frac{1}{2M_H} \sqrt{[M_H^2 - (M_1 - M_2)^2][M_H^2 - (M_1 + M_2)^2]}.$$

Парное рождение. Кварк - глюонный механизм

$$\mathcal{M}_{H \rightarrow c\bar{c}g \rightarrow J/\psi + h_c} = -\frac{256 \cdot 2^{1/4} \alpha_s r_1 \sqrt{\pi r_1 r_2} G_f \tilde{R}'_P(0) \tilde{R}_S(0)}{3\sqrt{3} M_H^2} \times \varepsilon_\beta(v_2, J_z) \varepsilon_\lambda(v_1, S_z) e^{i v_1 v_2 \beta \lambda} (3 + \omega_1) (-1 + \tilde{\omega}_1),$$

$$\mathcal{M}_{H \rightarrow c\bar{c}g \rightarrow \eta_c + \chi_{c1}} = \frac{128 \cdot 2^{3/4} \alpha_s \sqrt{\pi r_1 r_2} G_f \tilde{R}'_P(0) \tilde{R}_S(0)}{\sqrt{3} M_H^3} \times (2m(-3 + 7\omega_1) + 5M_H r_1(1 + \omega_1)) (-1 + \tilde{\omega}_1) \varepsilon_\beta(v_2, J_z) v_1^\beta.$$



$$\Gamma_{H \rightarrow c\bar{c}g \rightarrow J/\psi + h_c} = \frac{4096 \sqrt{2} \alpha_s^2 G_f r_1 |\mathbf{P}| |\tilde{R}'_P(0)|^2 |\tilde{R}_S(0)|^2}{27 M_H^6 r_2} \times$$

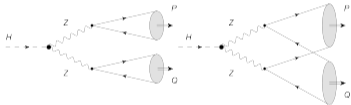
$$(r_1^4 + (r_2^2 - 1)^2 - 2r_1^2(1 + r_2^2))(3 + \omega_1)^2 (-1 + \tilde{\omega}_1)^2.$$

$$\Gamma_{H \rightarrow c\bar{c}g \rightarrow \eta_c + \chi_{c1}} = \frac{1024 \sqrt{2} \alpha_s^2 G_f |\mathbf{P}| |\tilde{R}'_P(0)|^2 |\tilde{R}_S(0)|^2}{3 M_H^8 r_1 r_2} \times$$

$$(r_1^4 + (r_2^2 - 1)^2 - 2r_1^2(1 + r_2^2)) (2m(-3 + 7\omega_1) + 5M_H r_1(1 + \omega_1))^2 + (-1 + \tilde{\omega}_1)^2.$$

Парное рождение. ZZ - механизм

$$\mathcal{M}_{H \rightarrow ZZ \rightarrow \eta_c + \chi_{c1}} = \frac{2e^3}{\sin^3 \theta_W} \frac{(1 - \omega_1 - \tilde{\omega}_1 + \omega_1 \tilde{\omega}_1)}{mM_Z^3} v_1 \epsilon(v_2, J_z) \left[\frac{1}{(1 - r_4^2)} - \frac{((r_3^2 - r_4^2)[r_3 r_4 (r_1^2 + r_2^2 - 1) - r_1 r_2 (r_3^2 + r_4^2 - 8)] + 32 r_1 r_2) (\frac{1}{2} - a_c + a_c^2)}{(r_5^2 - 4)^2 r_1 r_2} \right] \frac{\sqrt{3}}{4\sqrt{2}\pi} \tilde{R}_S(0) \tilde{R}'_P(0),$$



$$\mathcal{M}_{H \rightarrow ZZ \rightarrow J/\psi + h_c} = \frac{e^3}{2 \sin^3 \theta_W m M_Z^3} (1 - \omega_1 - \tilde{\omega}_1 + \omega_1 \tilde{\omega}_1) a_c (1 - a_c) \times \frac{((r_3^2 - r_4^2)[r_3 r_4 (1 - r_1^2 - r_2^2) + r_1 r_2 (r_3^2 + r_4^2 - 8)])}{(r_5^2 - 4)^2 r_1 r_2} \frac{\sqrt{3}}{4\sqrt{2}\pi} \tilde{R}_S(0) \tilde{R}'_P(0),$$

$$\Gamma_{H \rightarrow ZZ \rightarrow \eta_c + \chi_{c1}} = \frac{6\alpha^3 |\mathbf{P}| [1 - (r_1 + r_2)^2]}{m^2 M_Z^6 \sin^6 2\theta_W (1 - r_4^2)^2} (1 - \omega_{10} - \omega_{01} + \omega_{10} \omega_{01})^2 |\tilde{R}'_P(0)|^2 |\tilde{R}_S(0)|^2 \times \left[1 + \frac{(1 - r_4^2)(-\frac{1}{2} + a_z - a_z^2)}{r_1 r_2 (4 - r_5^2)^2} [(r_1^2 + r_2^2 - 1) r_3 r_4 (r_3^2 - r_4^2) - r_1 r_2 (r_3^4 - 8r_3^2 - r_4^4 + 8r_4^2 - 32)] \right]^2.$$

$$\Gamma_{H \rightarrow ZZ \rightarrow J/\psi + h_c} = \frac{6\alpha^3 |\mathbf{P}| [1 - (r_1 + r_2)^2] a_z^2 (1 - a_z)^2}{m^2 M_Z^6 \sin^6 2\theta_W (4 - r_5^2)^4 r_1^2 r_2^2} (1 - \omega_{10} - \omega_{01} + \omega_{10} \omega_{01})^2 \times |\tilde{R}'_P(0)|^2 |\tilde{R}_S(0)|^2 (r_4^2 - r_3^2)^2 [r_3 r_4 (1 - r_1^2 - r_2^2) + r_1 r_2 (r_3^2 + r_4^2 - 8)]^2.$$

Численные результаты

Таблица: Численные результаты для относительных ширин распада в нерелятивистском приближении и с учетом релятивистских поправок.

Распад	Нерелятивистский брэнчинг распада $\mathcal{B}_{nr} \cdot 10^{14}$	Релятивистский брэнчинг распада $\mathcal{B}_{rel} \cdot 10^{14}$
$H \rightarrow ZZ \rightarrow \eta_c + \chi_{c1}$	0.62	0.19
$H \rightarrow ZZ \rightarrow J/\Psi + h_c$	$0.95 \cdot 10^{-8}$	$0.10 \cdot 10^{-8}$
$H \rightarrow c\bar{c}\gamma \rightarrow J/\Psi + h_c$	1341.01	263.72
$H \rightarrow c\bar{c}g \rightarrow J/\Psi + h_c$	1.04	0.20
$H \rightarrow c\bar{c}g \rightarrow \eta_c + \chi_{c1}$	0.89	1.48

Амплитуды рождения тетракварка

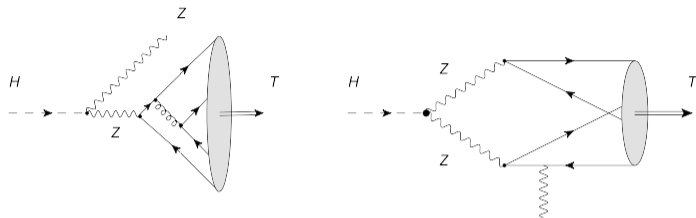


Рис.: Z-бозонный механизм рождения тетракварка в распадах бозона Хиггса $H \rightarrow T + Z$, $H \rightarrow T + \gamma$

Мы рассматриваем образование тетракварка из двух пар кварк-кварк и антикварк-антикварк, каждая из которых имеет спин 1 и находится в антисимметричном по цвету состоянии. При дальнейшем сложении спинов пар (cc) и $(\bar{c}\bar{c})$, тетракварк может иметь спин 0, 1, 2.

Вводя сначала полный P , Q и относительный p , q импульсы в парах (cc) и $(\bar{c}\bar{c})$, а затем полный T и относительный t импульсы для этих пар:

$$p_1 = \frac{1}{2}P + p, \quad p_2 = \frac{1}{2}P - p, \quad q_1 = \frac{1}{2}Q + q, \quad q_2 = \frac{1}{2}Q - q, \quad P = \frac{1}{2}T + t, \quad Q = \frac{1}{2}T - t.$$

Ширина распада с учетом релятивистских поправок ведущего порядка:

$$\Gamma(H \rightarrow ZZ \rightarrow \gamma + T) = \frac{256\pi^3 \alpha^4 r_3^2 (r_2^2 - r_3^2) |\Psi(0, 0, 0)|^2}{\sin^2 2\theta_W M_Z^8 r_2^3 (4 - r_3^2)^2 (2r_2^2 - r_3^2 - 4)^2 \left[\frac{1}{4}(r_2^2 - \frac{3}{4}r_3^2) - r_1^2 r_3^2\right]^2} \times$$

$$[3n_2^2 + 2n_3^2 (vv_\gamma)^2 - n_1^2 (vv_\gamma)^2], \quad (vv_\gamma) = \frac{(r_2^2 - r_3^2)}{2r_3^2}.$$

Вспомогательные 4-векторы: $v = \frac{T}{M_T}$, $v_\gamma = \frac{k}{M_T}$.

$$n_1 = (1 - 2a_z) \left(1 - \frac{7}{48}r_2^2 + \frac{7}{48}r_3^2 - \frac{1}{192}r_2^2 r_3^2\right) \omega_t,$$

$$n_2 = (1 - 2a_z) \omega_t \left[r_3^{-1} \left(-\frac{1}{2} \frac{r_2^2}{r_3} - \frac{1}{96} \frac{r_4^2}{r_3}\right) + \frac{1}{4} - \frac{1}{24}r_2^2 + \frac{1}{128}r_2^4 + \frac{1}{32}r_3^2 - \frac{1}{192}r_3^2 r_2^2 \right],$$

$$n_3 = 32 - 2r_2^2 - 4r_3^2 + \frac{1}{2}r_2^2 r_3^2 - a_z(1 - a_z) + (\omega_p + \omega_q) \left[-\frac{112}{3} + \frac{7}{3}r_2^2 + \frac{14}{3}r_3^2 - \frac{7}{12}r_2^2 r_3^2 + \right.$$

$$a_z(1 - a_z) \left(\frac{224}{3} + \frac{2}{3}r_2^2 + \frac{4}{3}r_3^2 - \frac{1}{6}r_2^2 r_3^2 \right) \left. + \omega_t \left[-\frac{61}{3} + \frac{59}{48}r_2^2 + \frac{67}{24}r_3^2 - \frac{65}{192}r_2^2 r_3^2 + \right. \right.$$

$$\left. \left. a_z(1 - a_z) \left(\frac{122}{3} - \frac{1}{2}r_2^2 - r_3^2 + \frac{1}{8}r_2^2 r_3^2 \right) \right] \right],$$

Волновая функция тетракварка

Волновая функция тетракварка вычисляется в вариационном подходе, как четырех - частичная волновая функция.

Волновая функция в координатном представлении имеет вид суперпозиции гауссовых волновых функций:

$$\Psi(\rho, \lambda, \sigma) = \sum_{I=1}^K C_I e^{-\frac{1}{2}(A_{11}(I)\rho^2 + 2A_{12}(I)\rho\lambda + A_{22}(I)\lambda^2 + 2A_{13}(I)\rho\sigma + 2A_{23}(I)\lambda\sigma + A_{33}(I)\sigma^2)}$$

$A_{ij}(I)$ - матрица нелинейных вариационных параметров, C_I - линейные вариационные параметры.

Волновая функция в импульсном представлении:

$$\Psi(\mathbf{p}, \mathbf{q}, \mathbf{t}) = \sum_{I=1}^K \frac{C_I}{\sqrt{N}(2\pi)^{9/2} \det(A)^{3/2}} e^{-\frac{1}{2\det(A)}(\mathbf{p}^2(A_{22}A_{33} - A_{23}^2) + \mathbf{q}^2(A_{11}A_{33} - A_{13}^2) + \mathbf{t}^2(A_{11}A_{22} - A_{12}^2))} \times \\ e^{-\frac{1}{2\det(A)}(2\mathbf{p}\mathbf{t}(A_{12}A_{23} - A_{13}A_{22}) + 2\mathbf{q}\mathbf{t}(A_{12}A_{13} - A_{11}A_{12}) + 2\mathbf{p}\mathbf{q}(A_{13}A_{23} - A_{12}A_{23}))},$$

$N = \langle \Psi(\rho, \lambda, \sigma) | \Psi(\rho, \lambda, \sigma) \rangle$ - нормировка координатной волновой функции.

$$\Psi(0, 0, 0) = \frac{1}{\sqrt{\langle \Psi | \Psi \rangle}} \sum_{I=1}^K C_I \frac{1}{16\sqrt{2}\pi^{9/2}} \frac{1}{\det \tilde{Q}(I)^{3/2}} \frac{1}{\det A(I)^{3/2}},$$

Матрица \tilde{Q}_{ij} - матрица нелинейных вариационных параметров, выражающаяся через A_{ij} .

Релятивистские поправки к рождению тетракварка.

$$\langle \mathbf{p}^2 \rangle = \frac{1}{\sqrt{\langle \Psi | \Psi \rangle}} \int \Psi(\mathbf{p}, \mathbf{q}, \mathbf{t}) \mathbf{p}^2 d\mathbf{p} d\mathbf{q} d\mathbf{t} = \frac{1}{\sqrt{\langle \Psi | \Psi \rangle}} \sum_{l=1}^K \frac{3C_l}{16\sqrt{2}\pi^{\frac{9}{2}}} \frac{(\tilde{Q}_{22}\tilde{Q}_{33} - \tilde{Q}_{23}^2)}{\det A(l)^{\frac{3}{2}} \det \tilde{Q}(l)^{\frac{5}{2}}},$$

$$\langle \mathbf{q}^2 \rangle = \frac{1}{\sqrt{\langle \Psi | \Psi \rangle}} \int \Psi(\mathbf{p}, \mathbf{q}, \mathbf{t}) \mathbf{q}^2 d\mathbf{p} d\mathbf{q} d\mathbf{t} = \frac{1}{\sqrt{\langle \Psi | \Psi \rangle}} \sum_{l=1}^K \frac{3C_l}{16\sqrt{2}\pi^{\frac{9}{2}}} \frac{(\tilde{Q}_{11}\tilde{Q}_{33} - \tilde{Q}_{13}^2)}{\det A(l)^{\frac{3}{2}} \det \tilde{Q}(l)^{\frac{5}{2}}},$$

$$\langle \mathbf{t}^2 \rangle = \frac{1}{\sqrt{\langle \Psi | \Psi \rangle}} \int \Psi(\mathbf{p}, \mathbf{q}, \mathbf{t}) \mathbf{t}^2 d\mathbf{p} d\mathbf{q} d\mathbf{t} = \frac{1}{\sqrt{\langle \Psi | \Psi \rangle}} \sum_{l=1}^K \frac{3C_l}{16\sqrt{2}\pi^{\frac{9}{2}}} \frac{(\tilde{Q}_{11}\tilde{Q}_{22} - \tilde{Q}_{12}^2)}{\det A(l)^{\frac{3}{2}} \det \tilde{Q}(l)^{\frac{5}{2}}}.$$

Численные значения релятивистских параметров в амплитуде рождения тетракварка. Относительная релятивистская и нерелятивистская ширины.



Faustov R.N., Galkin V.O., Savchenko E.M.. Heavy Tetraquarks in the Relativistic Quark Model. Universe., V.7, P.94, (2021)

Тетракварк	J^{PC}	Масса, МэВ	$\Psi(0, 0, 0)$, ГэВ ^{9/2}	ω_p	ω_q	ω_t	$\mathcal{B}_{nr} \cdot 10^{14}$	$\mathcal{B}_{rel} \cdot 10^{14}$
$T_{cc\bar{c}\bar{c}}$	1^{+-}	6271	0.10	0.29	0.29	0.25	0.38	0.03

Спасибо за внимание!

Backup slides