

# Измерение абсолютных вероятностей инклузивных распадов $B_s$ -мезонов в $D$ -мезоны в эксперименте *Belle*

Мурад Ясавеев

Высшая школа экономики

Сессия-конференция секции ядерной физики ОФН РАН,  
посвященная 70-летию В.А. Рубакова

# Мотивация к изучению $B_s^0$ -мезонов

Исследования свойств  $B_s^0$ -мезонов важны с точки зрения:

- изучения сильного взаимодействия при низких энергиях;
- измерения параметров Стандартной модели;
- поиска проявлений Новой физики.

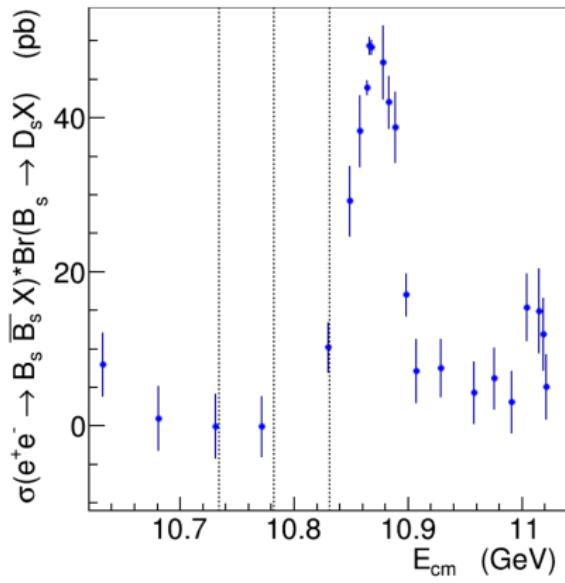
Источники  $B_s^0$ -мезонов:

- адронные машины (Tevatron, LHC);
- $e^+ e^- \rightarrow \Upsilon(5S) \rightarrow B_s^{(*)} \bar{B}_s^{(*)}$  (KEKB).

# Рождение $B_s^0$ -мезонов на энергии $\Upsilon(5S)$ -резонанса

$f_s$  – вероятность рождения пары  $B_s^0$ -мезонов на энергии  $\Upsilon(5S)$ -резонанса

$$\mathcal{B}(\Upsilon(5S) \rightarrow D_s^\pm X)/2 = f_s \cdot \mathcal{B}(B_s^0 \rightarrow D_s^\pm X) + f_{B\bar{B}X} \cdot \mathcal{B}(B \rightarrow D_s^\pm X)$$



# Вероятность инклузивного распада $B_s^0 \rightarrow D_s^\pm X$

Экспериментальное значение

$$\mathcal{B}(B_s^0 \rightarrow D_s^\pm X) = (93 \pm 25)\%$$

Теоретическая оценка

$$\mathcal{B}(B_s^0 \rightarrow D_s^\pm X) = (92 \pm 11)\%$$

$$\mathcal{B}(B_s^0 \rightarrow D^0/\bar{D}^0 X) = (8 \pm 7)\%$$

Прямое измерение в эксперименте Belle:

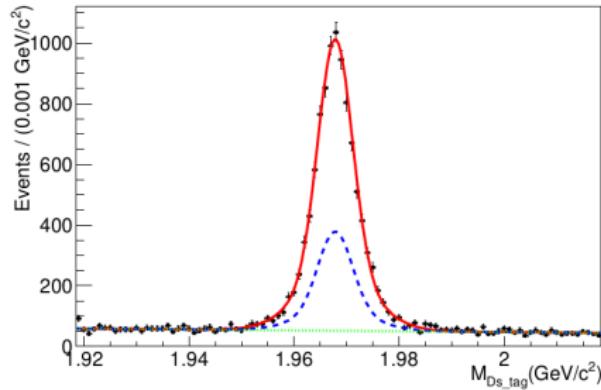
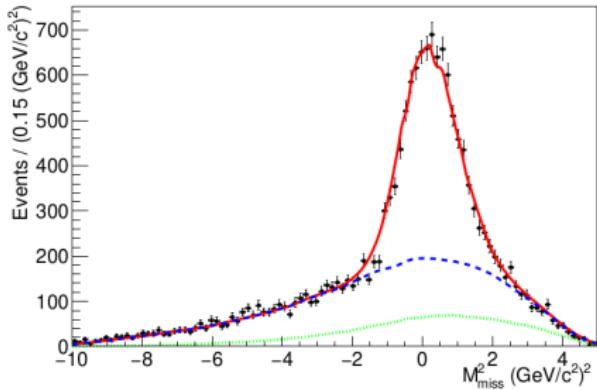
$$\mathcal{B}(B_s^0 \rightarrow D_s^\pm X) = (60.2 \pm 5.8 \pm 2.3)\% \text{ (Belle } \underline{\text{PRD 105, 012004}}, 2022\text{);}$$

$$\frac{\mathcal{B}(B_s^0 \rightarrow D^0/\bar{D}^0 X)}{\mathcal{B}(B_s^0 \rightarrow D_s^\pm X)} = 0.416 \pm 0.018 \pm 0.092 \text{ (Belle } \underline{\text{JHEP08(2023)131}}\text{)}$$

# Результат прямого измерения в эксперименте Belle

Полулептонный таг:  $B_s^0 \rightarrow D_s^- X l^+ \nu_l$

$$M_{miss}^2 = (\sqrt{s}/2 - \delta E - E_{D_s l})^2 - (\vec{p}_{D_s l})^2$$

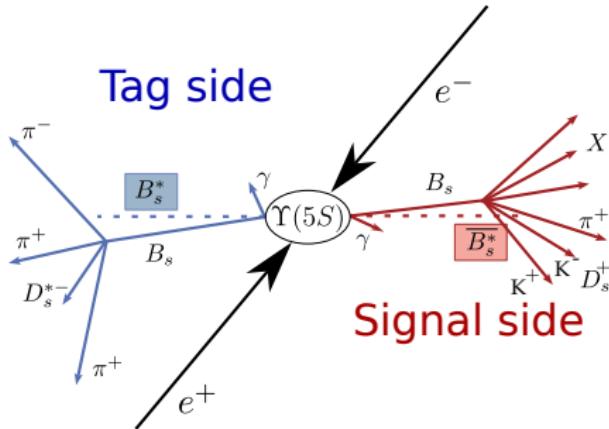


Цель: новое измерение  $\mathcal{B}(B_s^0 \rightarrow D_s^\pm X)$  при помощи адронного тагирования. Первое прямое измерение  $\mathcal{B}(B_s^0 \rightarrow D^0/\bar{D}^0 X)$  и  $\mathcal{B}(B_s^0 \rightarrow D^\pm X)$ .

Измерение всех трёх вероятностей даёт возможность проверки результата, так как их сумма должна превышать 100%.

# Идея прямого измерения

- Восстановление и отбор кандидатов в  $B_s^0$ -мезоны выполняется в FEI;
- Число тагирующих  $B_s^0$ -кандидатов определяется при помощи подгонки  $M(B_s)$ -распределения;
- Для каждого  $B_s^0$  строится остаток события, в котором осуществляется поиск  $D$ -мезонов;



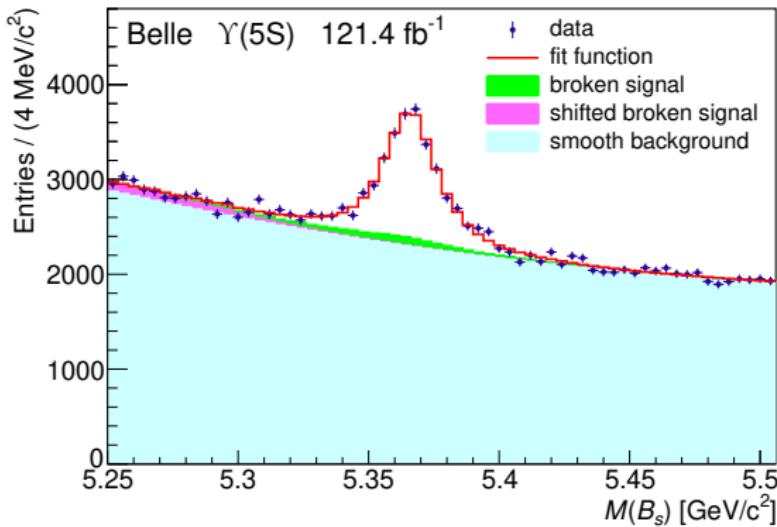
# Идея прямого измерения

- Восстановление и отбор кандидатов в  $B_s^0$ -мезоны выполняется в FEI;
- Число тагирующих  $B_s^0$ -кандидатов определяется при помощи подгонки  $M(B_s)$ -распределения;
- Для каждого  $B_s^0$  строится остаток события, в котором осуществляется поиск  $D$ -мезонов;
- Двумерное распределение [ $M(B_s)$  vs.  $M(D)$ ] аппроксимируется для получения числа пар  $B_s - D$ :

$$N_{B_s-D} = N_{B_s} \cdot \mathcal{B}(B_s^0 \rightarrow D/\bar{D}X) \cdot \mathcal{B}_D \cdot \varepsilon_D^{\text{ROE}},$$

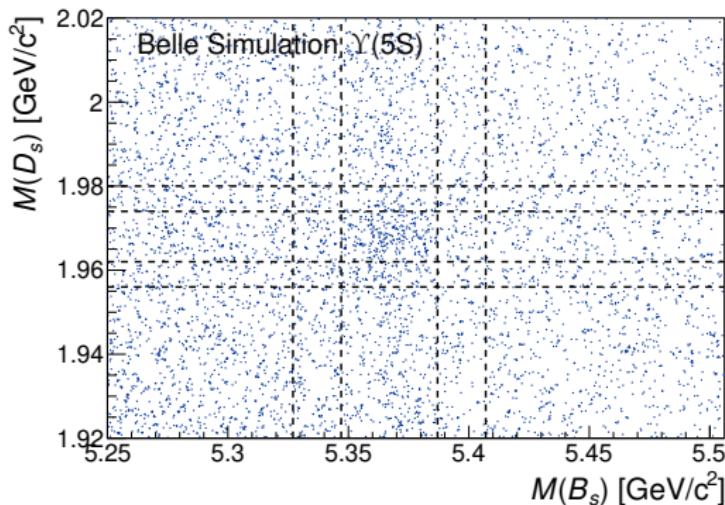
$$\mathcal{B}(B_s^0 \rightarrow D/\bar{D}X) = \frac{N_{B_s-D}}{N_{B_s} \cdot \mathcal{B}_D \cdot \varepsilon_D^{\text{ROE}}}.$$

# Массовое распределение тагирующих $B_s^0$ -кандидатов



Распад	Требование к $\mathcal{P}_{B_s}$	Число кандидатов, $N_{B_s}$
$B_s^0 \rightarrow D_s^\pm X$	$> 0.0012$	$12500 \pm 310$
$B_s^0 \rightarrow D^0/\bar{D}^0 X$	$> 0.0050$	$9610 \pm 190$
$B_s^0 \rightarrow D^\pm X$	$> 0.0200$	$6485 \pm 120$

# Двумерное распределение

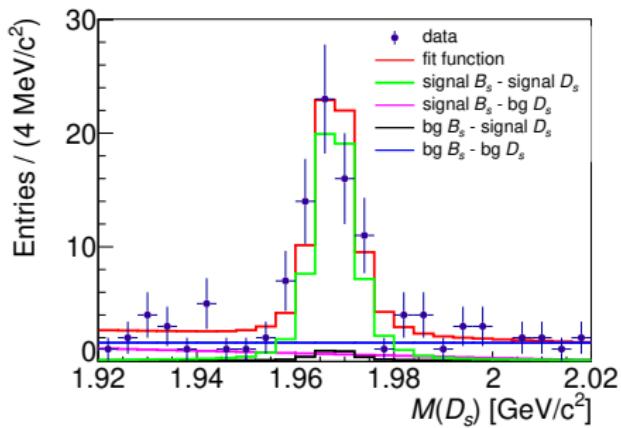
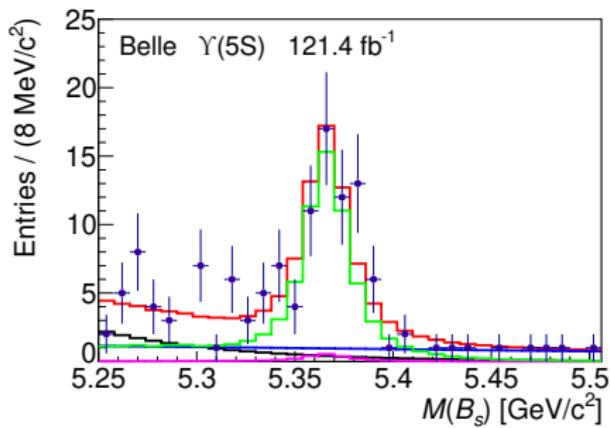


Пара  $B_s - D$  может быть четырёх типов:

- сигнальный  $B_s$  – сигнальный  $D$ ;
- сигнальный  $B_s$  – фоновый  $D$ ;
- фоновый  $B_s$  – сигнальный  $D$ ;
- фоновый  $B_s$  – фоновый  $D$ .

# Подгонка двумерного распределения [ $M(B_s)$ vs. $M(D_s)$ ] в данных

$D_s^+ \rightarrow \phi\pi^+$ :

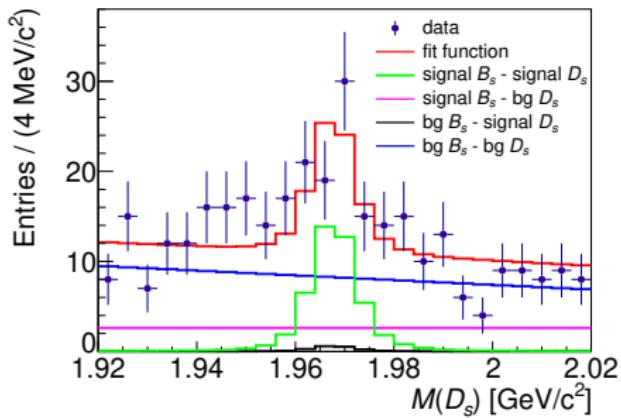
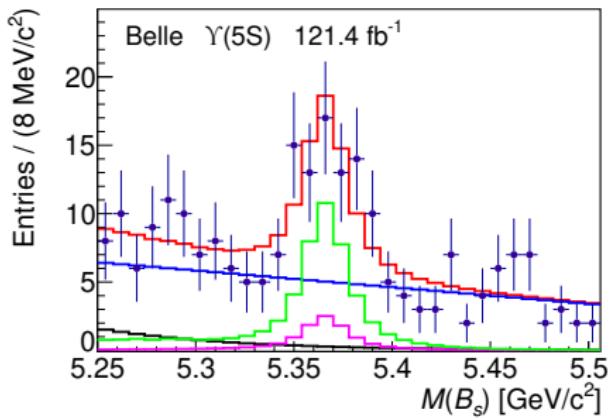


$$N_{B_s - D_s} = 85 \pm 12$$

$$\mathcal{B}(B_s^0 \rightarrow D_s^\pm X) = (73.0 \pm 10.6 \pm 5.2)\%$$

# Подгонка двумерного распределения [ $M(B_s)$ vs. $M(D_s)$ ] в данных

$$D_s^+ \rightarrow \bar{K}^{*0} K^+$$

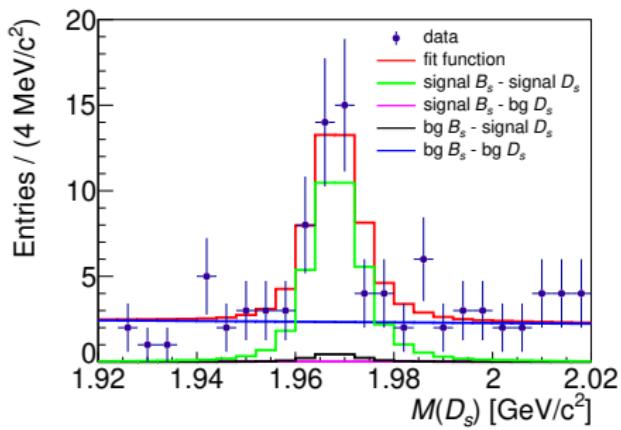
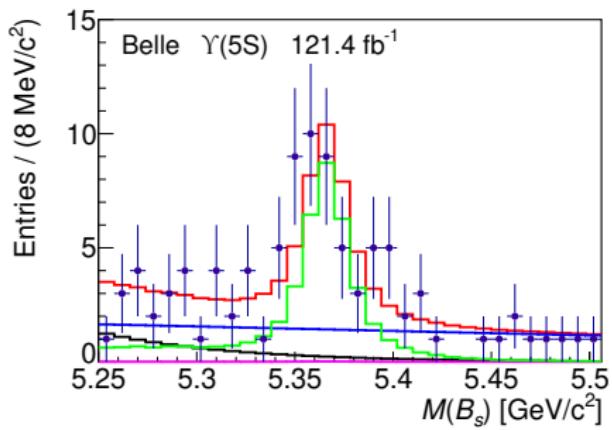


$$N_{B_s - D_s} = 63 \pm 13$$

$$\mathcal{B}(B_s^0 \rightarrow D_s^\pm X) = (54.1 \pm 11.7 \pm 3.7)\%$$

# Подгонка двумерного распределения [ $M(B_s)$ vs. $M(D_s)$ ] в данных

$D_s^+ \rightarrow K_S^0 K^+$ :



$$N_{B_s - D_s} = 55 \pm 10$$

$$\mathcal{B}(B_s^0 \rightarrow D_s^\pm X) = (88.2 \pm 16.2 \pm 7.0)\%$$

## Результат измерения $\mathcal{B}(B_s^0 \rightarrow D_s^\pm X)$

$$\phi\pi^+ : \mathcal{B}(B_s^0 \rightarrow D_s^\pm X) = (73.0 \pm 10.6 \pm 5.2)\%;$$

$$\bar{K}^{*0} K^+ : \mathcal{B}(B_s^0 \rightarrow D_s^\pm X) = (54.1 \pm 11.7 \pm 3.7)\%;$$

$$K_S^0 K^+ : \mathcal{B}(B_s^0 \rightarrow D_s^\pm X) = (88.2 \pm 16.2 \pm 7.0)\%.$$

Эти значения усредняются при помощи метода HFLAV, учитывающего корреляцию систематических ошибок:

$$\mathcal{B}(B_s^0 \rightarrow D_s^\pm X) = (68.6 \pm 7.2 \pm 4.0)\%.$$

P-value подгонки равен 28%. Результат измерения согласуется с предыдущим результатом эксперимента Belle  $(60.2 \pm 5.8 \pm 2.3)\%$ .  
Усреднение результатов двух измерений:

$$\mathcal{B}(B_s^0 \rightarrow D_s^\pm X) = (63.4 \pm 4.5 \pm 2.2)\%.$$

## Вероятности распадов $\Upsilon(5S)$ -резонанса

Используя новое значение  $\mathcal{B}(B_s^0 \rightarrow D_s^\pm X)$ , пересчитывается значение  $f_s$  при помощи метода, описанного в Ref.(JHEP08(2023)131):

$$f_s = (21.8 \pm 0.2 \pm 2.0)\%. \quad (1)$$

Для улучшения точности используется условие

$$f_s + f_{BBX} + f_{\mathcal{B}'} = 1.$$

В результате подгонки трёх вероятностей находим:

$$f_s = (21.4^{+1.5}_{-1.7})\%;$$

$$f_{BBX} = (73.8^{+1.5}_{-2.9})\%;$$

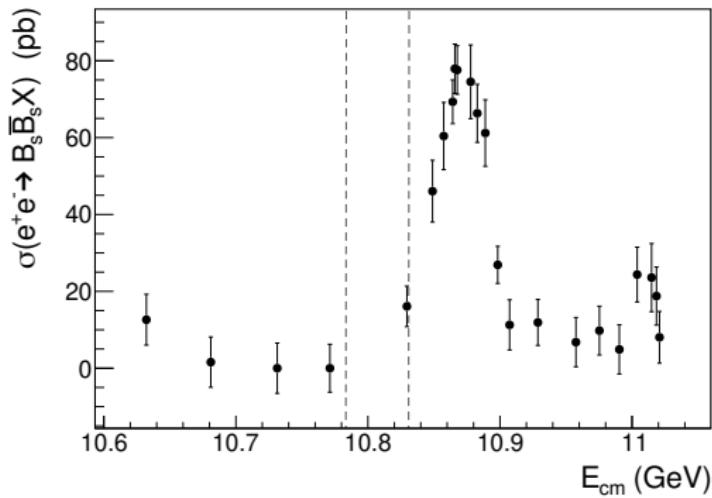
$$f_{\mathcal{B}'} = (4.8^{+3.6}_{-0.5})\%.$$

Эти результаты уточняют предыдущие значения

$$f_s = (22.0^{+2.0}_{-2.1})\% \text{ (Belle JHEP08(2023)131),}$$

$$f_{BBX} = (75.1 \pm 4.0)\%, \quad f_{\mathcal{B}'} = (4.9 \pm 0.6)\% \text{ (Belle JHEP06(2021)137)}$$

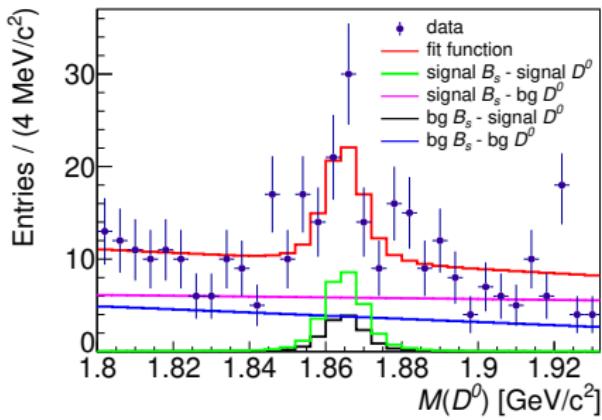
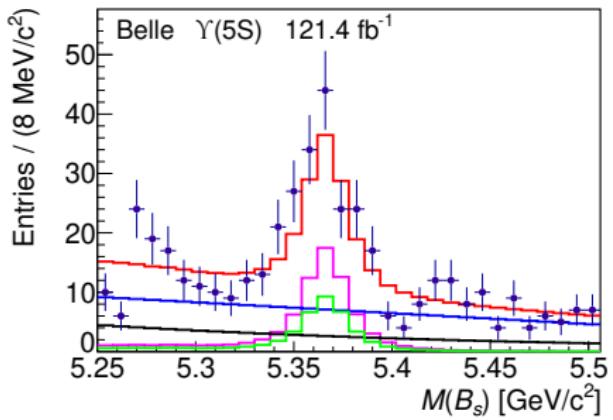
# Сечение процесса $e^+e^- \rightarrow B_s^0\bar{B}_s^0X$



Данная зависимость может использоваться в объединенном феноменологическом анализе различных измеренных сечений в подходе связанных каналов с целью изучения структуры  $\Upsilon(5S)$ - и  $\Upsilon(6S)$ -резонансов.

# Подгонка двумерного распределения [ $M(B_s)$ vs. $M(D^0)$ ] в данных

$D^0 \rightarrow K^- \pi^+$ :



$$N_{B_s-D^0} = 56 \pm 16$$

$$\mathcal{B}(B_s^0 \rightarrow D^0/\bar{D}^0 X) = (21.5 \pm 6.1 \pm 1.8)\%$$

## Результат измерения $\mathcal{B}(B_s^0 \rightarrow D^0/\bar{D}^0 X)$

Используя новое значение  $\mathcal{B}(B_s^0 \rightarrow D_s^\pm X)$  и отношение  
$$\frac{\mathcal{B}(B_s^0 \rightarrow D^0/\bar{D}^0 X)}{\mathcal{B}(B_s^0 \rightarrow D_s^\pm X)} = 0.416 \pm 0.018 \pm 0.092,$$
 получим:

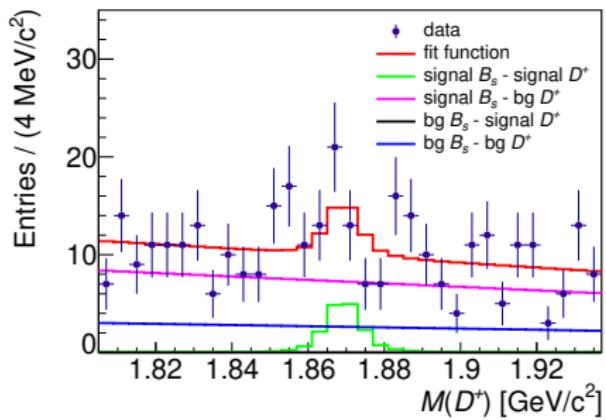
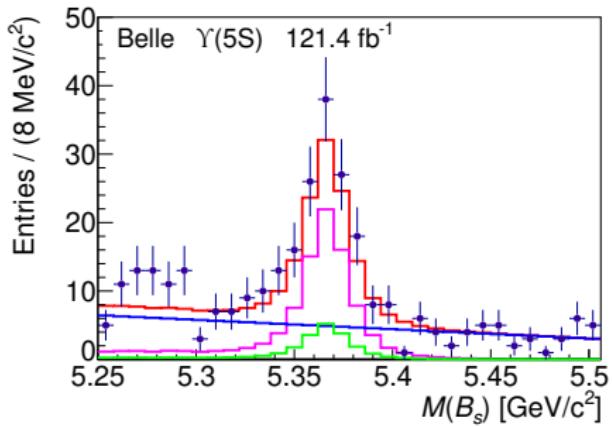
$$\mathcal{B}(B_s^0 \rightarrow D^0/\bar{D}^0 X) = (26.5 \pm 2.3 \pm 5.9)\%.$$

Это значение усредняется с результатом нашего измерения  
 $\mathcal{B}(B_s^0 \rightarrow D^0/\bar{D}^0 X) = (21.5 \pm 6.1 \pm 1.8)\%:$

$$\mathcal{B}(B_s^0 \rightarrow D^0/\bar{D}^0 X) = (23.9 \pm 4.1 \pm 1.8)\%.$$

# Подгонка двумерного распределения [ $M(B_s)$ vs. $M(D^+)$ ] в данных

$D^+ \rightarrow K^- \pi^+ \pi^+$ :



$$N_{B_s - D^+} = 34 \pm 12$$

$$\mathcal{B}(B_s^0 \rightarrow D^\pm X) = (12.6 \pm 4.6 \pm 1.3)\%$$

## Сумма трёх вероятностей

Обновлённые значения  $\mathcal{B}(B_s^0 \rightarrow D_s^\pm X)$  и  $\mathcal{B}(B_s^0 \rightarrow D^0/\bar{D}^0 X)$ , а также новое значение  $\mathcal{B}(B_s^0 \rightarrow D^\pm X)$ :

$$\mathcal{B}(B_s^0 \rightarrow D_s^\pm X) = (63.4 \pm 4.5 \pm 2.2)\%,$$

$$\mathcal{B}(B_s^0 \rightarrow D^0/\bar{D}^0 X) = (23.9 \pm 4.1 \pm 1.8)\%,$$

$$\mathcal{B}(B_s \rightarrow D^\pm X) = (12.6 \pm 4.6 \pm 1.3)\%.$$

Сумма трёх вероятностей равна  $(99.9 \pm 7.6 \pm 3.8)\%$ . Аналогичная сумма для  $B^{+-}$ - и  $B^0$ -мезонов равна  $(107.9 \pm 3.4)\%$ , что согласуется с суммой вероятностей расадов  $B_s^0$ -мезона.

## Заключение

Разработан метод адронного тагирования одного  $B_s$ -мезона в событиях  $e^+ e^- \rightarrow B_s^* \bar{B}_s^*$ .

Метод позволил измерить абсолютные вероятности инклюзивных распадов:

$$\mathcal{B}(B_s^0 \rightarrow D_s^\pm X) = (68.6 \pm 7.2 \pm 4.0)\%,$$

$$\mathcal{B}(B_s^0 \rightarrow D^0/\bar{D}^0 X) = (21.5 \pm 6.1 \pm 1.8)\%,$$

$$\mathcal{B}(B_s \rightarrow D^\pm X) = (12.6 \pm 4.6 \pm 1.3)\%.$$

Новые значения  $\mathcal{B}(B_s^0 \rightarrow D_s^\pm X)$  и  $\mathcal{B}(B_s^0 \rightarrow D^0/\bar{D}^0 X)$  согласуются с результатами предыдущих изменений, вероятность

$\mathcal{B}(B_s \rightarrow D^\pm X) = (12.6 \pm 4.6 \pm 1.3)\%$  измерена впервые.

Уточнены вероятности распадов  $\Upsilon(5S)$ -резонанса:

$$f_s = (21.3^{+1.6}_{-1.7})\%;$$

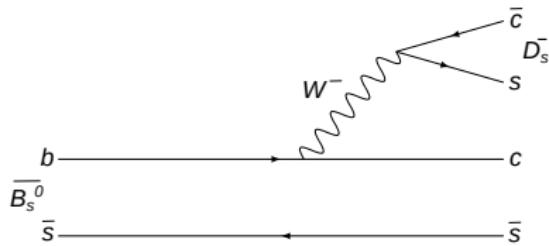
$$f_{BVX} = (73.9^{+1.6}_{-3.0})\%;$$

$$f_{B'} = (4.8^{+3.7}_{-0.5})\%.$$

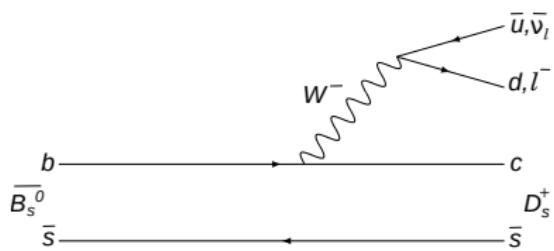
# Back-up

## Discussion of the result

The main contribution to  $B_s^0 \rightarrow D_s^\pm X$  have the following diagrams:

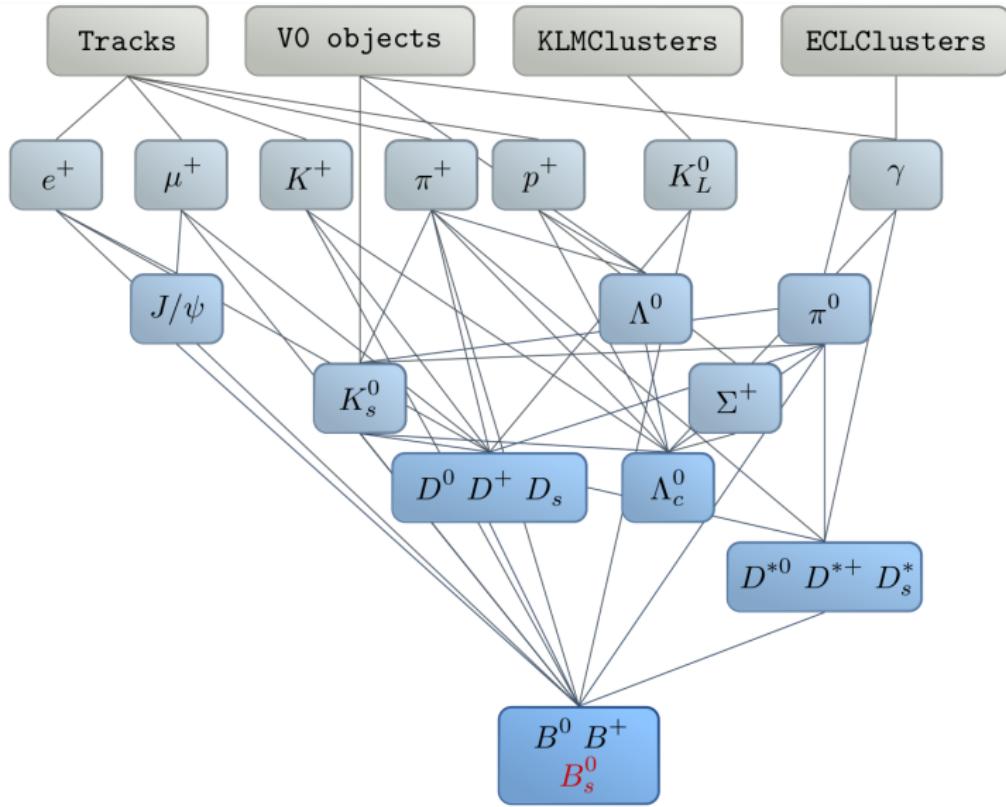


(a)



(b)

The fragmentation fraction of the  $c\bar{s}$  pair into  $D_s^+$  mesons of  $(85 \pm 10)\%$ , assumed in theoretical estimate, is probably an overestimate. Thus, measurements of the inclusive branching fractions of the  $B_s^0$  meson provide information about dynamics of its decays.



# FEI variables

- $B_s$ 
  - SigProb of each daughter;
  - $R_2$  and  $\cos \theta_{thrust}$ , where  $\theta_{thrust}$  is the angle between the thrust of the  $B$  candidate and the rest of the event (ROE);
  - Masses of the  $\rho (\rightarrow \pi\pi)$  and  $a_1 (\rightarrow 3\pi)$  candidates (if they are available).
- $D_s^*$ 
  - SigProb of each daughter;
  - $M$ .
- $D_s$ 
  - SigProb of each daughter;
  - $M$ ;
  - $\chi^2$  of mass-vertex fit;
  - for 3-body decays: masses of all pairs of daughters ( $\phi$ ,  $K^*$ ,  $\rho$ ).
- $J/\psi$ 
  - SigProb of each daughter;
  - $M$ .

# FEI variables

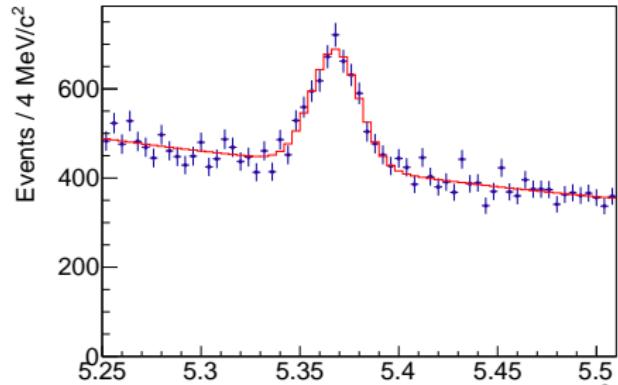
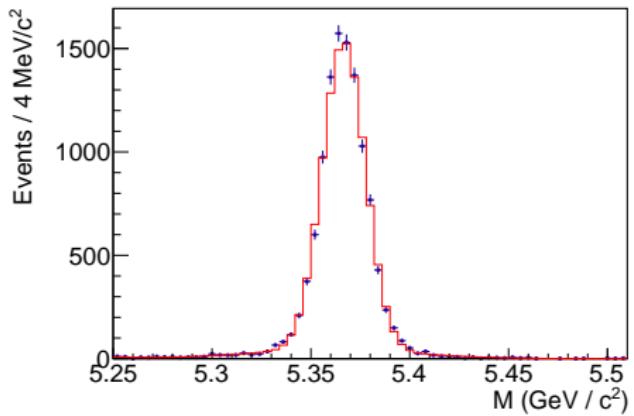
- $K_S$ 
  - nisKsFinder output;
  - $M$ .
- $\pi^0$ 
  - $M$ ;
  - $p$ ;
  - decay angle.
- $\gamma$ 
  - number of hits in cluster;
  - $E_9/E_{25}$  ratio;
  - $E$ ;
  - $p_t$ .
- $\pi^\pm, K^\pm, \mu^\pm, e^\pm$ 
  - identification variables;
  - $p$ ;
  - $p_t$ .

# FEI reconstruction channels

$B_s^0 \rightarrow$	$B^+ \rightarrow$	$B^0 \rightarrow$
$D_s^- \pi^+$	$\bar{D}^0 \pi^+$	$D^- \pi^+$
$D_s^- \pi^+ \pi^0$	$\bar{D}^0 \pi^+ \pi^0$	$D^- \pi^+ \pi^0$
$D_s^- \pi^+ \pi^+ \pi^-$	$\bar{D}^0 \pi^+ \pi^+ \pi^-$	$D^- \pi^+ \pi^+ \pi^-$
$D_s^{*-} \pi^+$	$\bar{D}^{*0} \pi^+$	$D^{*-} \pi^+$
$D_s^{*-} \pi^0 \pi^+$	$\bar{D}^{*0} \pi^+ \pi^0$	$D^{*-} \pi^+ \pi^0$
$D_s^{*-} \pi^+ \pi^+ \pi^-$	$\bar{D}^{*0} \pi^+ \pi^+ \pi^-$	$D^{*-} \pi^+ \pi^+ \pi^-$
$D_s^- D_s^+$	$D_s^+ \bar{D}^0$	$D_s^+ D^-$
$D_s^{*-} D_s^+$	$D_s^{*+} \bar{D}^0$	$D_s^{*+} D^-$
$D_s^- D_s^{*+}$	$D_s^+ \bar{D}^{*0}$	$D_s^+ D^{*-}$
$D_s^{*-} D_s^{*+}$	$D_s^{*+} \bar{D}^{*0}$	$D_s^{*+} D^{*-}$
$J/\psi K^+ K^-$	$J/\psi K^+$	$J/\psi K_S^0$
$J/\psi K^+ K^- \pi^0$	$J/\psi K_S^0 \pi^+$	$J/\psi K^+ \pi^-$
	$J/\psi K^+ \pi^+ \pi^-$	
$\bar{D}^0 K^- \pi^+$	$D^- \pi^+ \pi^+$	$D^{*-} K^+ K^- \pi^+$
$\bar{D}^{*0} K^- \pi^+$	$D^{*-} \pi^+ \pi^+$	
$D_s^- K^+$		

$D^0 \rightarrow$	$D^+ \rightarrow$	$D_s^+ \rightarrow$
$K^- \pi^+$	$K^- \pi^+ \pi^+$	$K^+ K^- \pi^+$
$K^- \pi^+ \pi^0$	$K^- \pi^+ \pi^+ \pi^0$	$K^+ K_S^0$
$K^- \pi^+ \pi^+ \pi^-$	$K_S^0 \pi^+$	$K^+ K^- \pi^+ \pi^0$
$K_S^0 \pi^+ \pi^-$	$K_S^0 \pi^+ \pi^0$	$K^+ K_S^0 \pi^+ \pi^-$
$K_S^0 \pi^+ \pi^- \pi^0$	$K_S^0 \pi^+ \pi^+ \pi^-$	$K^- K_S^0 \pi^+ \pi^+$
$K^+ K^-$	$K^+ K^- \pi^+$	$K^+ K^- \pi^+ \pi^+ \pi^-$
$K^+ K^- K_S^0$		$K^+ \pi^+ \pi^-$
		$\pi^+ \pi^+ \pi^-$
		$K^+ K_S^0 \pi^0$
		$K_S^0 K_S^0 \pi^+$
		$\eta' \pi^+$
		$\eta' \pi^+ \pi^0$

# Simultaneous fit



# Event selection

$\mathcal{B}(B_s^0 \rightarrow D_s^\pm X)$ :

- $B_s$ :

- $|p_{cm} - 0.42| < 0.09 \text{ GeV}/c;$
- $\mathcal{P}_{B_s} > 0.0012.$

- $D_s$ :

- $|dr| < 0.5 \text{ cm}, |dz| < 2.0 \text{ cm};$
- $\mathcal{L}_{K/\pi} > 0.1, \mathcal{L}_{\pi/K} > 0.1;$
- $\phi\pi^+: |M_{KK} - 1.019| < 0.040 \text{ GeV}/c^2, |\cos \theta_{hel}| > 0.3;$
- $K^*K^+: |M_{K\pi} - 0.892| < 0.100 \text{ GeV}/c^2, |\cos \theta_{hel}| > 0.3;$
- $K_S^0 K^+: |M_{K_S^0} - 0.498| < 0.015 \text{ GeV}/c^2 + \text{standard criteria.}$

$\mathcal{B}(B_s^0 \rightarrow D^0/\bar{D}^0 X)$ :

- $B_s$ :

- $|p_{cm} - 0.42| < 0.09 \text{ GeV}/c;$
- $\mathcal{P}_{B_s} > 0.005.$

- $D^0 \rightarrow K^-\pi^+:$

- $|dr| < 0.5 \text{ cm}, |dz| < 2.0 \text{ cm};$
- $\mathcal{L}_{K/\pi} > 0.6, \mathcal{L}_{\pi/K} > 0.1.$

$\mathcal{B}(B_s^0 \rightarrow D^\pm X)$

- $B_s$ :

- $|p_{cm} - 0.42| < 0.09 \text{ GeV}/c;$
- $\mathcal{P}_{B_s} > 0.02.$

- $D^+ \rightarrow K^-\pi^+\pi^+:$

- $|dr| < 0.5 \text{ cm}, |dz| < 2.0 \text{ cm};$
- $\mathcal{L}_{K/\pi} > 0.1, \mathcal{L}_{\pi/K} > 0.6.$

# Systematic uncertainty

Source	$\phi\pi^+$	Channel $\bar{K}^{*0}K^+$	$K_S^0K^+$	Combined
Signal shape	2.3	1.8	1.6	2.0
Broken signal	0.9	0.9	0.9	0.9
Smooth background	1.6	1.0	1.1	1.4
Tracking	1.1	1.1	1.1	1.1
$K/\pi$ identification	2.1	1.9	0.7	1.7
$K_S^0$ reconstruction	–	–	2.3	0.6
$D_s$ momentum	0.8	0.6	0.2	0.6
Dalitz plot	0.8	0.8	–	0.6
FEI efficiency	3.6	3.6	3.6	3.6
MC statistics	4.4	4.5	5.7	2.7
$\mathcal{B}(D_s \rightarrow KK\pi)$	1.9	1.9	–	1.4
$\mathcal{B}(D_s \rightarrow K_SK)$	–	–	2.4	0.6
$\mathcal{B}(K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-)$	–	–	< 0.1	–
Total	7.2	6.9	7.9	5.9

# Systematic uncertainty

Source	$B_s^0 \rightarrow D^0/\bar{D}^0 X$	$B_s^0 \rightarrow D^\pm X$
Signal shape	2.0	0.6
Broken signal	1.1	2.9
Smooth background	0.3	0.9
Tracking	0.7	1.1
$K/\pi$ identification	1.2	3.0
$D$ momentum	0.2	<0.1
FEI efficiency	2.1	2.1
MC statistics	7.5	9.0
$\mathcal{B}(D \rightarrow K\pi(\pi))$	0.8	1.7
Total	8.3	10.4

# Correlated uncertainties

Source	Semileptonic tag	This work	Combined
Uncorrelated	3.0	5.3	2.6
Tracking	1.1	1.1	1.1
$K/\pi$ identification	1.3	1.7	1.5
$\mathcal{B}(D_s \rightarrow KK\pi)$	1.5	1.4	1.4
$\mathcal{B}(D_s \rightarrow K_SK)$	0.4	0.6	0.5
Total			3.5

## Results at the $\Upsilon(4S)$ resonance

	$\mathcal{B}(B^0 \rightarrow D^0 X), \%$	$\mathcal{B}(B^0 \rightarrow D^+ X), \%$	$\mathcal{B}(B^0 \rightarrow D_s X), \%$
Result	$54.54 \pm 0.81 \pm 0.59$	$37.68 \pm 0.56 \pm 0.32$	$12.35 \pm 0.39 \pm 0.29$
PDG	$55.5 \pm 3.2$	$39.2 \pm 3.5$	$11.8^{+2.2}_{-2.0}$

	$\mathcal{B}(B^+ \rightarrow D^0 X), \%$	$\mathcal{B}(B^+ \rightarrow D^+ X), \%$	$\mathcal{B}(B^+ \rightarrow D_s X), \%$
Result	$81.39 \pm 0.81 \pm 0.63$	$11.35 \pm 0.37 \pm 0.17$	$12.52 \pm 0.33 \pm 0.24$
PDG	$87.6 \pm 4.1$	$12.4 \pm 1.3$	$9.0 \pm 1.4$

## Results at the $\Upsilon(4S)$ resonance

Using the ratio of production rates  $f^{+-}/f^{00}$  at the  $\Upsilon(4S)$ , we find

$$\mathcal{B}(B \rightarrow D^0/\bar{D}^0 X) = (67.81 \pm 0.56 \pm 1.00)\%,$$

$$\mathcal{B}(B \rightarrow D_s^+/D_s^- X) = (12.35 \pm 0.25 \pm 0.27)\%.$$

These branching fractions are in agreement with the last Belle results:

$$\mathcal{B}(B \rightarrow D^0/\bar{D}^0 X) = (66.65 \pm 0.04 \pm 1.77)\%,$$

$$\mathcal{B}(B \rightarrow D_s^+/D_s^- X) = (11.28 \pm 0.03 \pm 0.55)\%.$$

We take the accuracy with which this test is carried out as a systematic error of our method.