Излучение дираковской частицы вызванное проективным измерением

Казинский П.О., Рякин В.А.[1], Шевченко П.С.

e-mail: vlad.r.a.phys@yandex.ru

[1]Физический факультет, Томский государственный университет, Томск, 634050, Россия

Сессия-конференция "Физика фундаментальных взаимодействий" посвященная 70-летию В.А. Рубакова,
Москва, Россия, 17 – 21 февраля, 2025

Источник

P.O. Kazinski, V.A. Ryakin, P.S. Shevchenko, Phys. Rev. **110**, 116011 (2024); arXiv:2406.19429 [quant-ph]

Доклад подготовлен за счет гранта Российского научного фонда № 25-21-00283, https://rscf.ru/project/25-21-00283/.

План

1. Мотивация и цель.
2. Постановка задачи.
3. Вероятность излучения в результате проективного измерения.
4. Спонтанное излучение.
5. Вынужденное излучение.
6. Заключение.

Мотивация

- Известно, что при измерении квантовой системы ее волновая функция претерпевает коллапс: то есть состояние проецируется на подпространство состояний выделяемое детектором.
- Динамика волновой функции электрона при проективном измерении детально не исследована.

Цель

Исследовать влияние проективного измерения на излучение дираковского фермиона, приготовленного в произвольном смешанном состоянии в рамках формализма квантовой электродинамики.

Постановка задачи

Начальное состояние системы при $t = t_{in} = -\infty$

$$\hat{R} = \hat{R}_{ph} \otimes \hat{R}_e \otimes |0\rangle_{e^+} \langle 0|_{e^+}, \tag{1}$$

где состояние фермионов задается матрицей плотности общего вида, а в качестве начального состояния фотонов выбрано когерентное состояние.

- В момент времени $t_0 < t_{out}$ происходит измерение. В результате один из фермионов детектируется в одном из состояний выделяемых проектором D_e в одночастичном гильбертовом пространстве состояний электрона.
- Соответствующий проектор в фоковском пространстве

$$\hat{\tilde{\Pi}}_{D_e} = :\exp(-\hat{a}^\dagger D_e \hat{a}):, \qquad \hat{\Pi}_{D_e} = (\hat{1} - \tilde{\Pi}_{D_e}) \otimes \hat{1}_{\text{другие сорта частиц}}. \tag{2}$$

- Считаем, что в момент времени $t = t_{out} = \infty$ детектируется один фотон в одном из состояний выделяемых одночастичным фотонным проектором D. Соответствующий проектор в фоковском пространстве $\hat{\Pi}_D$

Вероятность исследуемой цепочки событий

$$P(\hat{\Pi}_D \leftarrow \hat{\Pi}_{D_e}) = \mathrm{Sp}(\hat{\Pi}_D \hat{U}_{t_{out},t_0} \hat{\Pi}_{D_e} \hat{U}_{t_0,t_{in}} \hat{R} \hat{U}_{t_{in},t_0} \hat{\Pi}_{D_e} \hat{U}_{t_0,t_{out}}), \tag{3}$$

где $\hat{U}_{t_2,t_1}$ - оператор эволюции, все операторы в представлении Шредингера.

Условная вероятность

$$P(\hat{\Pi}_D | \hat{\Pi}_{D_e}) = P(\hat{\Pi}_D \leftarrow \hat{\Pi}_{D_e}) / P(\hat{\Pi}_{D_e}), \tag{4}$$

где вероятность зарегистрировать фермион в момент времени t_0 в состоянии, выделяемом проектором D_e,

$$P(\hat{\Pi}_{D_e}) = \mathrm{Sp}(\hat{\Pi}_{D_e} \hat{U}_{t_0,t_{in}} \hat{R} \hat{U}_{t_{in},t_0}). \tag{5}$$

S-матрица имеет вид

$$\hat{S}_{t_2,t_1} = \mathrm{Texp}\Big\{ -i \int_{t_1}^{t_2} dx : e\hat{A}_i \hat{\bar{\psi}} \gamma^i \hat{\psi} : -i \int_{t_1}^{t_2} dt \hat{V}_{\mathsf{Coul}}(t) \Big\}. \tag{6}$$

Начальное состояние фотонов

$$\hat{R}_{ph} = |0\rangle_{ph}\langle 0|_{ph}. \tag{7}$$

- В данном случае ведущий нетривиальный вклад имеет порядок e^2.

Вероятность спонтанного излучения фотонов при проективном измерении фермиона

$$\begin{aligned} P(\hat{\Pi}_D \leftarrow \hat{\Pi}_{D_e}) = \rho^{(1)}_{\beta\bar{\alpha}} D_{\gamma\bar{\gamma}} D^e_{\alpha\bar{\beta}} (V^\dagger_{t_0,t_{in}})^{\gamma}_{\bar{\alpha}\alpha} (V_{t_0,t_{in}})^{\bar{\gamma}}_{\bar{\beta}\beta} + \\ + \left[\delta_{\alpha\bar{\beta}} \rho^{(2)}_{\beta_1\beta|\bar{\alpha}\bar{\beta}_1} D^e_{\bar{\beta}_1\beta_1} - \rho^{(3)}_{\gamma_1\alpha\beta|\bar{\alpha}\bar{\beta}\bar{\gamma}_1} D^e_{\bar{\gamma}_1\gamma_1}\right] (V^\dagger_{t_{out},t_{in}})^{\gamma}_{\bar{\alpha}\alpha} (V_{t_{out},t_{in}})^{\bar{\gamma}}_{\bar{\beta}\beta} - \\ - \rho^{(2)}_{\alpha\beta|\bar{\alpha}\bar{\beta}} D_{\gamma\bar{\gamma}} \left[(V^\dagger_{t_{out},t_{in}})^{\gamma}_{\bar{\alpha}\alpha} (D_e V_{t_0,t_{in}})^{\bar{\gamma}}_{\bar{\beta}\beta} + (V^\dagger_{t_0,t_{in}} D_e)^{\gamma}_{\bar{\alpha}\alpha} (V_{t_{out},t_{in}})^{\bar{\gamma}}_{\bar{\beta}\beta}\right], \\ P(\hat{\Pi}_{D_e}) = \rho^{(1)}_{\alpha\bar{\alpha}} D^e_{\bar{\alpha}\alpha}. \end{aligned} \tag{8}$$

Выражение представлено в ведущем порядке по D_e. Иными словами, предполагается, что фазовый объем выделяемый данным проектором мал.

В случае спонтанного излучения одного фермиона остается только первое слагаемое в (8). Соответственно излучение некогерентно.

Начальное состояние фотонов

$$\hat{R}_{ph} = |d\rangle\langle d^*|e^{-d^* d}, \tag{9}$$

где d_γ - комплексные амплитуды когерентного состояния.

Условная вероятность зарегистрировать фотон в вынужденном излучении

$$P(\hat{\Pi}_D|\hat{\Pi}_{D_e}) = (d^*_\gamma + \mathcal{A}^*_\gamma)D_{\gamma\bar{\gamma}}(d_{\bar{\gamma}} + \mathcal{A}_{\bar{\gamma}}), \tag{10}$$

$$\begin{aligned}\mathcal{A}^{\bar{\gamma}} := \frac{1}{1-\rho^{(0)}_{\tilde{D}_e}}\Big[\big(\rho^{(1)} - \rho^{(1)}_{\tilde{D}_e}\big)_{\alpha\bar{\alpha}}(V_{t_{out},t_{in}})^{\bar{\gamma}}_{\bar{\alpha}\alpha} + (D_e\rho^{(1)}_{\tilde{D}_e}D_e)_{\alpha\bar{\alpha}}(V_{t_{out},t_0})^{\bar{\gamma}}_{\bar{\alpha}\alpha} +\\ + (\rho^{(1)}_{\tilde{D}_e}D_e)_{\alpha\bar{\alpha}}(V_{t_0,t_{in}})^{\bar{\gamma}}_{\bar{\alpha}\alpha}\Big].\end{aligned} \tag{11}$$

Для одночастичного начального состояния фермионов

$$\mathcal{A}^{\bar{\gamma}} = \frac{1}{\rho^{(1)}_{\alpha_1\bar{\alpha}_1}D^e_{\bar{\alpha}_1\alpha_1}}\big[(D_e\rho^{(1)}D_e)_{\alpha\bar{\alpha}}(V_{t_{out},t_{in}})^{\bar{\gamma}}_{\bar{\alpha}\alpha} + (\tilde{D}_e\rho^{(1)}D_e)_{\alpha\bar{\alpha}}(V_{t_0,t_{in}})^{\bar{\gamma}}_{\bar{\alpha}\alpha}\big]. \tag{12}$$

Для $D_e = 1$

$$\frac{P(\hat{\Pi}_D \leftarrow \hat{\Pi}_{D_e})}{1-\rho_0} = P(\hat{\Pi}_D|\hat{\Pi}_{D_e}) = (d^*_\gamma + \mathcal{A}^{0*}_\gamma)D_{\gamma\bar{\gamma}}(d_{\bar{\gamma}} + \mathcal{A}^0_{\bar{\gamma}}), \tag{13}$$

где

$$\mathcal{A}^{\bar{\gamma}}_0 = \frac{1}{1-\rho_0}\rho^{(1)}_{\alpha\bar{\alpha}}(V_{t_{out},t_{in}})^{\bar{\gamma}}_{\bar{\alpha}\alpha}. \tag{14}$$

- Для свободного фермиона, в силу закона сохранения энергии-импульса $V^{\bar{\gamma}}_{t_{out},t_{in}} = 0$.

Тогда (11) упрощается

$$\mathcal{A}^{\bar{\gamma}} = \frac{1}{1-\rho^{(0)}_{\tilde{D}_e}} (\tilde{D}_e \rho^{(1)}_{\tilde{D}_e} D_e)_{\alpha\bar{\alpha}} (V_{t_0,t_{in}})^{\bar{\gamma}}_{\bar{\alpha}\alpha}. \tag{15}$$

Амплитуда излучения свободного фермиона на временном интервале $t \in [t_{in}, t_0]$

$$\begin{aligned}(V_{t_0,t_{in}})^{\bar{\gamma}}_{\bar{\alpha}\alpha} &= -\frac{iem}{V} \int_{-\infty}^{0} dx^0 \int d\mathbf{x} \frac{\bar{u}_{\bar{\alpha}} \Gamma^i u_\alpha f^*_{(\lambda)i}(\mathbf{k})}{\sqrt{2V k_0 p'_0 p_0}} e^{i(k+p'-p)x} = \\ &= -iem \frac{(2\pi)^3}{V} \frac{\delta(\mathbf{k}-\mathbf{p}+\mathbf{p}')}{\sqrt{2V k_0 p'_0 p_0}} \frac{\bar{u}_{\bar{\alpha}} \Gamma^i u_\alpha f^*_{(\lambda)i}(\mathbf{k})}{i(k_0 - p_0 + p'_0 - i0)},\end{aligned} \tag{16}$$

где $\mathbf{f}_{(\lambda)}(\mathbf{k})$ - вектор поляризации фотона с импульсом $\mathbf{k}$, m - масса фермиона, $\alpha = (s, \mathbf{p})$, $\bar{\alpha} = (s', \mathbf{p}')$, и

$$\bar{u}_{\bar{\alpha}} \Gamma^i u_\alpha = \frac{1}{2} \big[\delta_{s's} \tilde{G}^i(\mathbf{p}, \mathbf{p}') + (\sigma_a)_{s's} \tau^j_a \tilde{Z}^{ji}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') \big]. \tag{17}$$

см. P. O. Kazinski, D. I. Rubtsova, A. A. Sokolov, Phys. Rev. D **108**, 096011 (2023).

Амплитуда вынужденного излучения свободного фермиона

$$\mathcal{A}^{\bar{\gamma}} = -\frac{em}{8(1-\rho^{(0)}_{\tilde{D}_e})}\frac{f^*_{(\lambda)i}(\mathbf{k})}{\sqrt{2Vk_0}}\int\frac{d\mathbf{p}_c d\mathbf{p}_1 d\bar{\mathbf{p}}_1}{\sqrt{p_0 p_0'}}\frac{\tilde{D}_e\rho^{(1)}_{\tilde{D}_e}D_e}{k_0-q_0}\big[(1+(\tilde{\boldsymbol{\zeta}}\boldsymbol{\zeta})+(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\zeta}+\tilde{\boldsymbol{\zeta}})+ \\ + i(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\zeta},\tilde{\boldsymbol{\zeta}}))\tilde{G}^i + (\boldsymbol{\xi}+\boldsymbol{\zeta}+\tilde{\boldsymbol{\zeta}}+\boldsymbol{\zeta}(\tilde{\boldsymbol{\zeta}}\boldsymbol{\xi})+\tilde{\boldsymbol{\zeta}}(\boldsymbol{\zeta}\boldsymbol{\xi})-\boldsymbol{\xi}(\boldsymbol{\zeta}\tilde{\boldsymbol{\zeta}})+i[\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\zeta}-\tilde{\boldsymbol{\zeta}}]+i[\tilde{\boldsymbol{\zeta}},\boldsymbol{\zeta}])^j\tilde{Z}^{ji}\big], \tag{18}$$

где $\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\zeta},\tilde{\boldsymbol{\zeta}}$ - параметры стокса связанные с начальным состоянием фермионов и проекторами D_e

$$\begin{aligned}\tilde{D}^e_{\alpha\bar{\beta}} &= \frac{(2\pi)^3}{V}\frac{\tilde{D}_e(\mathbf{p},\bar{\mathbf{p}}_1)}{2}[1+(\boldsymbol{\sigma}\tilde{\boldsymbol{\zeta}}(\mathbf{p},\bar{\mathbf{p}}_1))]_{s\bar{s}_1}, \\ (\rho^{(1)}_{\tilde{D}_e})_{\bar{\beta}\beta} &= \frac{(2\pi)^3}{V}\frac{\rho^{(1)}_{\tilde{D}_e}(\bar{\mathbf{p}}_1,\mathbf{p}_1)}{2}[1+(\boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{\xi}(\bar{\mathbf{p}}_1,\mathbf{p}_1))]_{\bar{s}_1 s_1}, \\ D^e_{\beta\bar{\alpha}} &= \frac{(2\pi)^3}{V}\frac{D_e(\mathbf{p}_1,\mathbf{p}')}{2}[1+(\boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{\zeta}(\mathbf{p}_1,\mathbf{p}'))]_{s_1 s'}.\end{aligned} \tag{19}$$

Условие применимости формулы (18): $\tau \ll t_f$, где τ - время измерения, а t_f - время формирования излучения.

В ультрарелятивистском пределе

$$k_0\tau\frac{1+(\boldsymbol{\beta}_\perp-\boldsymbol{n}_\perp)^2\gamma^2}{2\gamma^2} \ll 1. \tag{20}$$

Заключение

В рамках работы были получены следующие результаты:

1. Получена инклюзивная вероятность зарегистрировать цепочку событий: дираковский фермион измеряется в определенном состоянии, а затем в удаленном будущем детектируется фотон.
2. Показано, что спонтанное излучение одного фермиона при проективном измерении некогерентно.
3. Показано, что в случае вынужденного излучения от одной частицы, ее волновая функция генерирует фотоны когерентно.
4. Рассмотрен частный случай вынужденного излучения свободного фермиона в результате измерения.

P.O. Kazinski, V.A. Ryakin, P.S. Shevchenko, Phys. Rev. **110**, 116011 (2024); arXiv:2406.19429 [quant-ph]