Сессия-конференция секции ядерной физики ОФН РАН, посвященная 70-летию В. А. Рубакова

Суммирование бесконечных серий квантовых логарифмических вкладов в неперенормируемой квантовой теории поля

JOINT INSTITUTE FOR NUCLEAR RESEARCH

<u>Толкачёв Денис Михайлович</u>
Казаков Дмитрий Игоревич
Филиппов Владислав Александрович
Яхиббаев Равиль Маратович

Неперенормируемая КТП

Эффективный скалярный потенциал

Теорема о локальности контрчленов

Аналог уравнения Овсянникова - Каллана - Симанчика в неперенормируемой теории

Эффективный потенциал

$$Z(J) = \int \mathcal{D}\phi \, \exp\left(i \int d^4x \, \mathcal{L}(\phi, d\phi) + J\phi\right)$$

$$W(J) = -i \log Z(J)$$

Эффективное действие

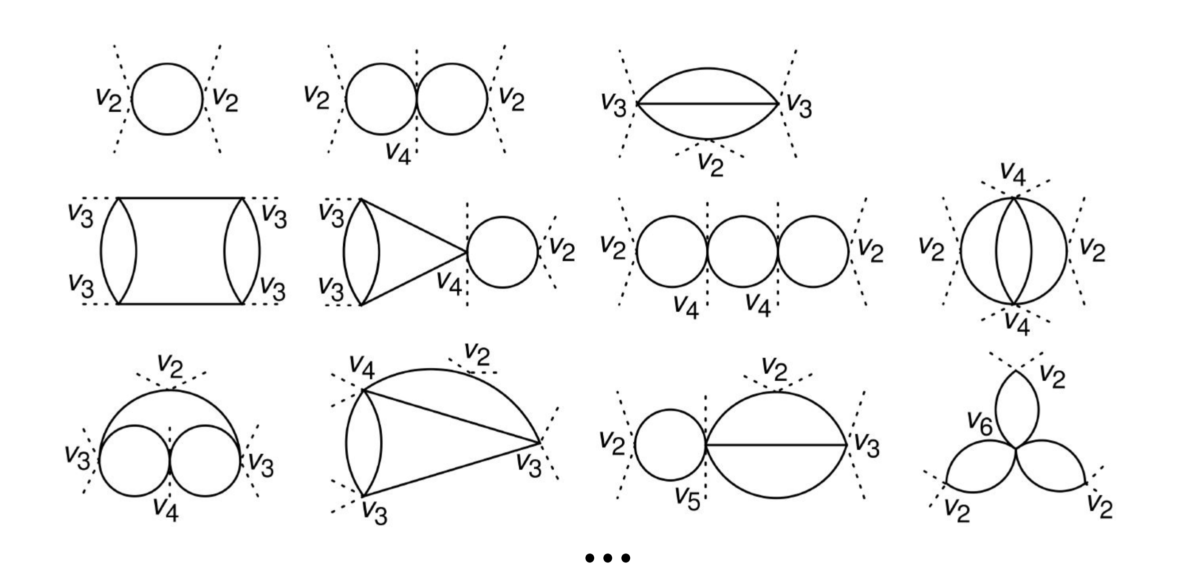
$$\Gamma(\phi) = W(J) - \int d^4x J(x)\phi(x)$$

Правила Фейнмана

$$v_n = \frac{\partial^n}{\partial \phi^n} V(\phi)$$

$$m^2(\phi) = g v_2(\phi)$$

Универсальное петлевое разложение



Логарифмы

Перенормируемая теория

$$c_n \log\left(\varphi^2/\mu^2\right)^n$$

$$c_n \log\left(p^2/\mu^2\right)^n$$

Уравнение Овсянникова - Каллана - Симанчика

Неперенормируемая теория

$$V(\varphi)_n \log\left(\varphi^2/\mu^2\right)^n$$

$$P(s,t)_n \log\left(p^2/\mu^2\right)^n$$

?

10.1007/JHEP11(2015)059

Теорема Боголюбова-Парасюка

R-операция:

$$\boxed{\mathcal{R}G = \prod_{\gamma}(1 - K_{\gamma})G}$$

$$\mathcal{R}G = (1 - K)\mathcal{R}'G$$

10.1007/JHEP11(2015)059

Применение теоремы

Размерная регуляризация

$$d = 4 - 2\epsilon$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{R}'G_n \quad &= \quad \frac{\mathcal{A}_n^{(n)}(\mu^2)^{n\epsilon}}{\epsilon^n} + \frac{\mathcal{A}_{n-1}^{(n)}(\mu^2)^{(n-1)\epsilon}}{\epsilon^n} + \ldots + \frac{\mathcal{A}_1^{(n)}(\mu^2)^{\epsilon}}{\epsilon^n} \\
&+ \quad \frac{\mathcal{B}_n^{(n)}(\mu^2)^{n\epsilon}}{\epsilon^{n-1}} + \frac{\mathcal{B}_{n-1}^{(n)}(\mu^2)^{(n-1)\epsilon}}{\epsilon^{n-1}} + \ldots + \frac{\mathcal{B}_1^{(n)}(\mu^2)^{\epsilon}}{\epsilon^{n-1}} \\
&+ \quad \frac{C_n^{(n)}(\mu^2)^{n\epsilon}}{\epsilon^{n-2}} + \frac{C_{n-1}^{(n)}(\mu^2)^{(n-1)\epsilon}}{\epsilon^{n-2}} + \ldots + \frac{C_1^{(n)}(\mu^2)^{\epsilon}}{\epsilon^{n-2}}
\end{aligned}$$

10.1007/JHEP11(2015)059

Применение теоремы

$$
\begin{aligned}
\mathcal{R}'G_n \;=\; & \frac{\mathcal{A}_n^{(n)}(\mu^2)^{n\epsilon}}{\epsilon^n} + \frac{\mathcal{A}_{n-1}^{(n)}(\mu^2)^{(n-1)\epsilon}}{\epsilon^n} + \ldots + \frac{\mathcal{A}_1^{(n)}(\mu^2)^{\epsilon}}{\epsilon^n} \\
+ & \frac{\mathcal{B}_n^{(n)}(\mu^2)^{n\epsilon}}{\epsilon^{n-1}} + \frac{\mathcal{B}_{n-1}^{(n)}(\mu^2)^{(n-1)\epsilon}}{\epsilon^{n-1}} + \ldots + \frac{\mathcal{B}_1^{(n)}(\mu^2)^{\epsilon}}{\epsilon^{n-1}} \\
+ & \frac{C_n^{(n)}(\mu^2)^{n\epsilon}}{\epsilon^{n-2}} + \frac{C_{n-1}^{(n)}(\mu^2)^{(n-1)\epsilon}}{\epsilon^{n-2}} + \ldots + \frac{C_1^{(n)}(\mu^2)^{\epsilon}}{\epsilon^{n-2}}
\end{aligned}
$$

$$
\frac{\log(\mu)}{\epsilon}
$$

10.1007/JHEP11(2015)059

Применение теоремы

$$
\begin{aligned}
\mathcal{R}'G_n \quad = \quad & \frac{\mathcal{A}_n^{(n)}(\mu^2)^{n\epsilon}}{\epsilon^n} + \frac{\mathcal{A}_{n-1}^{(n)}(\mu^2)^{(n-1)\epsilon}}{\epsilon^n} + \ldots + \frac{\mathcal{A}_1^{(n)}(\mu^2)^{\epsilon}}{\epsilon^n} \\
+ \quad & \frac{\mathcal{B}_n^{(n)}(\mu^2)^{n\epsilon}}{\epsilon^{n-1}} + \frac{\mathcal{B}_{n-1}^{(n)}(\mu^2)^{(n-1)\epsilon}}{\epsilon^{n-1}} + \ldots + \frac{\mathcal{B}_1^{(n)}(\mu^2)^{\epsilon}}{\epsilon^{n-1}} \\
+ \quad & \frac{C_n^{(n)}(\mu^2)^{n\epsilon}}{\epsilon^{n-2}} + \frac{C_{n-1}^{(n)}(\mu^2)^{(n-1)\epsilon}}{\epsilon^{n-2}} + \ldots + \frac{C_1^{(n)}(\mu^2)^{\epsilon}}{\epsilon^{n-2}}
\end{aligned}
$$

$$\cancel{\frac{\log(\mu)}{\epsilon}}$$

10.1007/JHEP11(2015)059

Применение теоремы

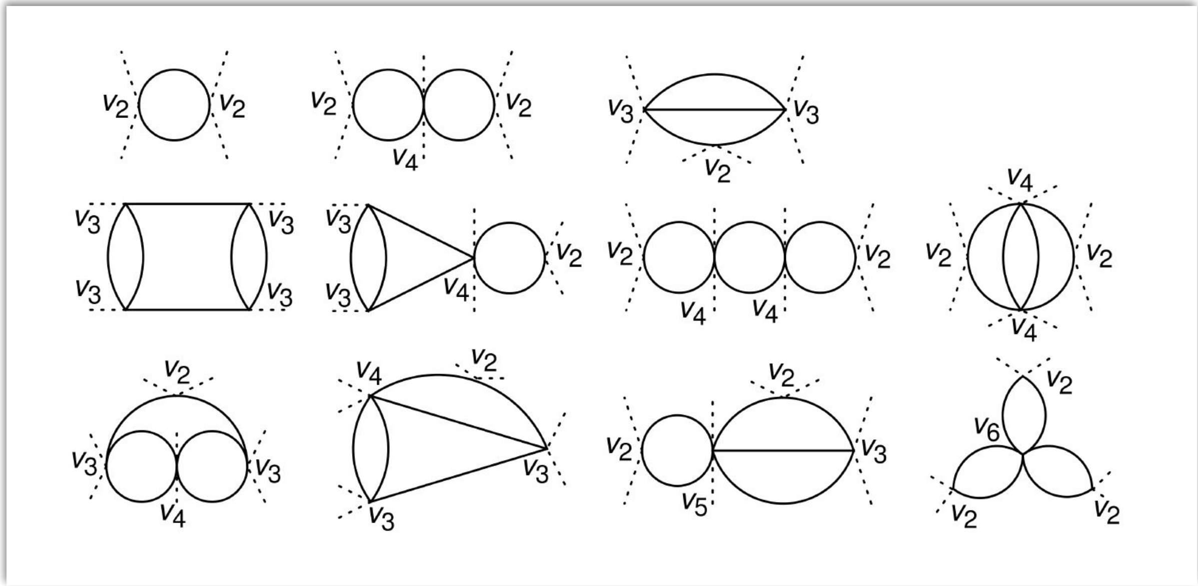
$$A_n^{(n)\prime} = (-1)^{n+1} A_n^{(n)} = \frac{A_1^{(n)}}{n},$$

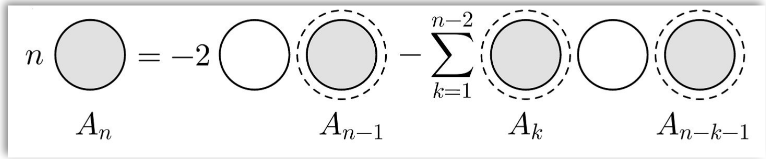
$$B_n^{(n)\prime} = \left(\frac{2}{n(n-1)} B_2^{(n)} + \frac{2}{n} B_1^{(n)}\right),$$

$$C_n^{(n)\prime} = \left(\frac{2}{(n-1)(n-2)} \frac{3}{n} C_3^{(n)} + \frac{2}{n-1} \frac{3}{n} C_2^{(n)} + \frac{3}{n} C_1^{(n)}\right)$$

Эффективный потенциал

Универсальное петлевое разложение





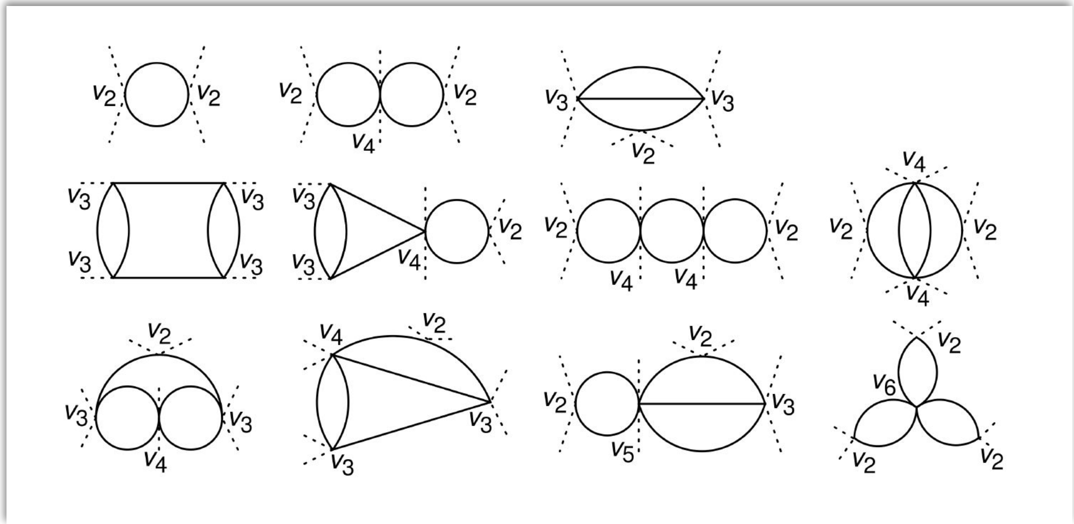
Не только алгебраическая связь

$$A_n^{(n)'} = (-1)^{n+1} A_n^{(n)} = \frac{A_1^{(n)}}{n},$$

$$B_n^{(n)'} = \left(\frac{2}{n(n-1)} B_2^{(n)} + \frac{2}{n} B_1^{(n)} \right),$$

$$C_n^{(n)'} = \left(\frac{2}{(n-1)(n-2)} \frac{3}{n} C_3^{(n)} + \frac{2}{n-1} \frac{3}{n} C_2^{(n)} + \frac{3}{n} C_1^{(n)} \right)$$

Не только алгебраическая связь



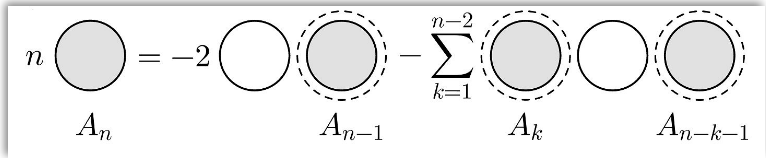
10.1007/JHEP04(2023)128

Не только алгебраическая связь

$$D_2 = \frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}\phi^2}$$

10.1007/JHEP04(2023)128

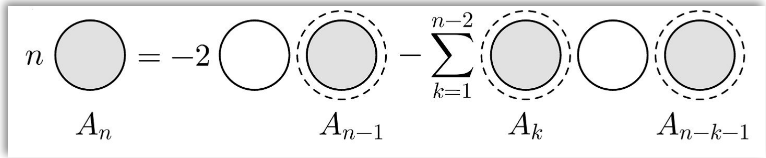
Обобщённое РГ уравнение



$$
\begin{aligned}
A_n^{(n)\prime} &= (-1)^{n+1} A_n^{(n)} = \frac{A_1^{(n)}}{n}, \\
B_n^{(n)\prime} &= \left(\frac{2}{n(n-1)} B_2^{(n)} + \frac{2}{n} B_1^{(n)} \right), \\
C_n^{(n)\prime} &= \left(\frac{2}{(n-1)(n-2)} \frac{3}{n} C_3^{(n)} + \frac{2}{n-1} \frac{3}{n} C_2^{(n)} + \frac{3}{n} C_1^{(n)} \right)
\end{aligned}
$$

10.1007/JHEP04(2023)128

Обобщённое РГ уравнение

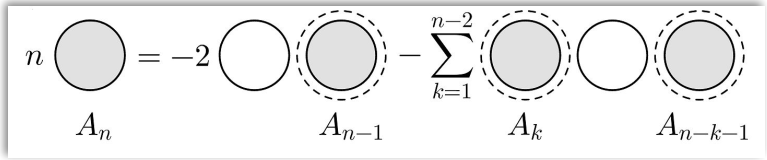


$$n\Delta V_n = \frac{1}{2} v_2 D_2 \Delta V_{n-1} + \frac{1}{4} \sum_{k=1}^{n-2} D_2 \Delta V_k D_2 \Delta V_{n-1-k}, \quad n \geq 2$$

$$n\Delta V_n = \frac{1}{4} \sum_{k=0}^{n-1} D_2 \Delta V_k D_2 \Delta V_{n-1-k}$$

10.1007/JHEP04(2023)128

Обобщённое РГ уравнение



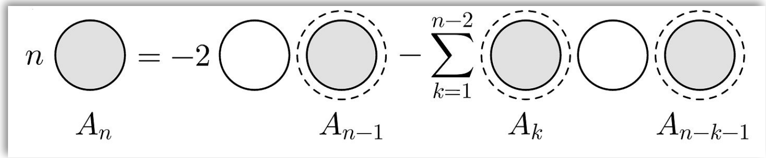
$$n\Delta V_n = \frac{1}{2} v_2 D_2 \Delta V_{n-1} + \frac{1}{4} \sum_{k=1}^{n-2} D_2 \Delta V_k D_2 \Delta V_{n-1-k}, \quad n \geq 2$$

$$n\Delta V_n = \frac{1}{4} \sum_{k=0}^{n-1} D_2 \Delta V_k D_2 \Delta V_{n-1-k}$$

$$\Sigma(z, \phi) = \sum_{n=0}^{\infty} (-z)^n \Delta V_n(\phi) \quad z = g/\epsilon$$

10.1007/JHEP04(2023)128

Обобщённое РГ уравнение



$$n\Delta V_n = \frac{1}{2} v_2 D_2 \Delta V_{n-1} + \frac{1}{4}\sum_{k=1}^{n-2} D_2 \Delta V_k D_2 \Delta V_{n-1-k}, \quad n \geq 2$$

$$n\Delta V_n = \frac{1}{4}\sum_{k=0}^{n-1} D_2 \Delta V_k D_2 \Delta V_{n-1-k}$$

$$\frac{d\Sigma}{dz} = -\frac{1}{4}(D_2\Sigma)^2, \quad \Sigma(0,\phi) = V_0(\phi)$$

$$V_{eff}(g,\phi) = \Sigma(z,\phi)|_{z\to -\frac{g}{16\pi^2}\log g v_2/\mu^2}$$

JCAP. 10.1088/1475-7516/2023/09/049

Инфляция в режиме медленного скатывания

$$S = \int d^4x\sqrt{-g}\left[\frac{M_{pl}^2}{2}R + \frac{1}{2}g^{\mu\nu}\partial_\mu\phi\partial_\nu\phi - V(\phi)\right]$$

$$3M_{pl}^2H^2 = \frac{\dot{\phi}^2}{2} + V$$

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + \frac{\partial V}{\partial\phi} = 0$$

Renata Kallosh and Andrei Linde JCAP07(2013)002

Т-тип α-аттрактор

$$V = \tanh^{2n}(\phi/(\sqrt{6\alpha M_{Pl}^2}))$$

Обобщение

$$F(\tanh(\frac{\phi}{\sqrt{6}}))$$

Дополнительное уравнение

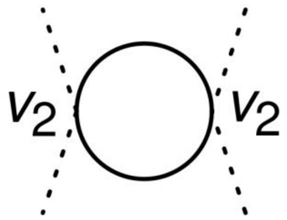
$$\frac{d\Sigma}{dz} = -\frac{1}{4}(D_2\Sigma)^2, \quad \Sigma(0,\phi) = V_0(\phi)$$

$$V_{eff}(g,\phi) = \Sigma(z,\phi)|_{z\to -\frac{g}{16\pi^2}\log gv_2/\mu^2}$$

Структура уравнения как структура петли

$$n\Delta V_n = \frac{1}{4}\sum_{k=0}^{n-1} D_2\Delta V_k D_2\Delta V_{n-1-k}$$

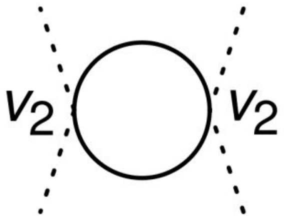
$$\frac{d\Sigma}{dz} = -\frac{1}{4}(D_2\Sigma)^2, \quad \Sigma(0,\phi) = V_0(\phi)$$

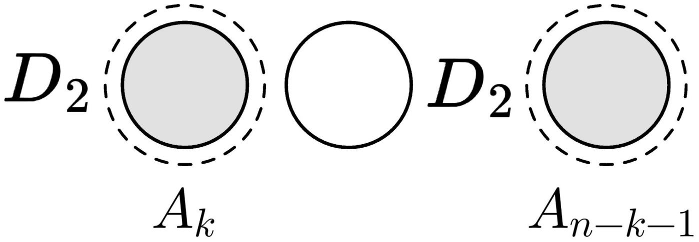


Структура уравнения как структура петли

$$n\Delta V_n = \frac{1}{4}\sum_{k=0}^{n-1} D_2\Delta V_k D_2\Delta V_{n-1-k}$$

$$\frac{d\Sigma}{dz} = -\frac{1}{4}(D_2\Sigma)^2, \quad \Sigma(0,\phi) = V_0(\phi)$$

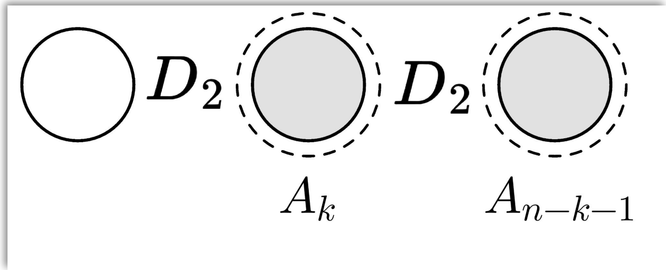




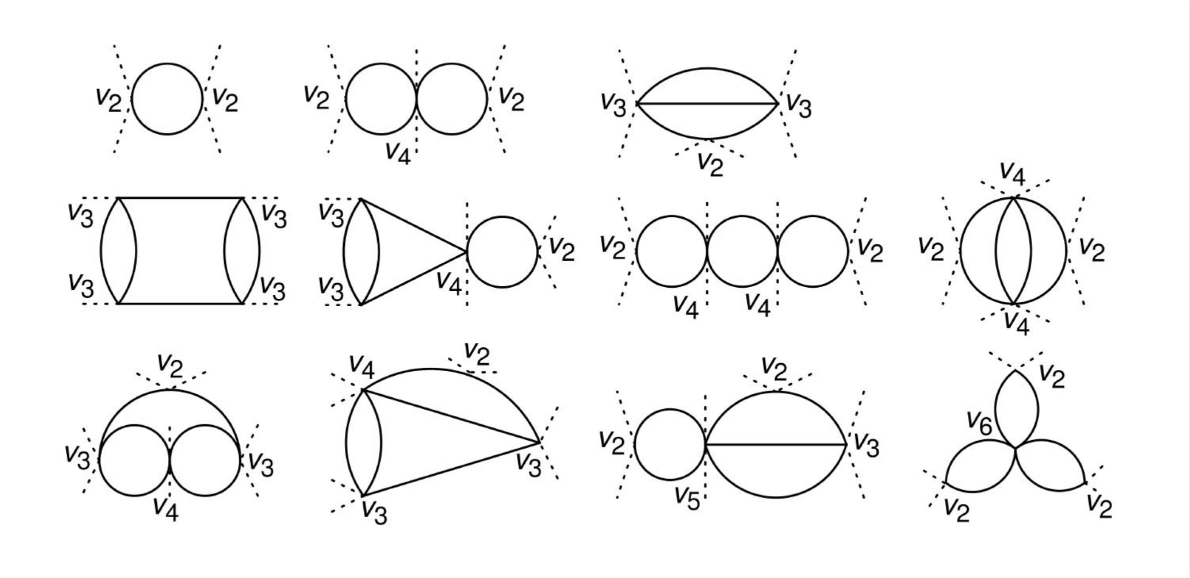
Структура уравнения как структура петли

$$n\Delta V_n = \frac{1}{4}\sum_{k=0}^{n-1} D_2\Delta V_k D_2 \Delta V_{n-1-k}$$

$$\frac{d\Sigma}{dz} = -\frac{1}{4}(D_2\Sigma)^2, \quad \Sigma(0,\phi) = V_0(\phi)$$



Следующие логарифмы

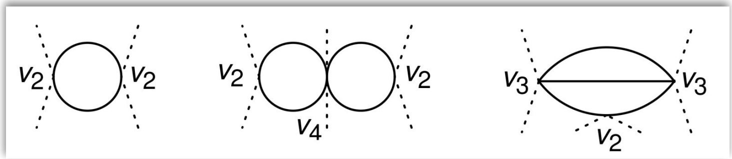


Следующие логарифмы

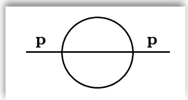
$$A_n^{(n)\prime} = (-1)^{n+1} A_n^{(n)} = \frac{A_1^{(n)}}{n},$$

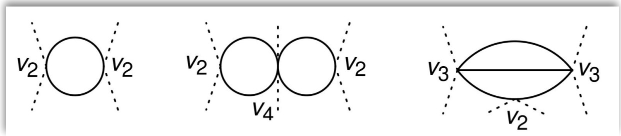
$$B_n^{(n)\prime} = \left(\frac{2}{n(n-1)} B_2^{(n)} + \frac{2}{n} B_1^{(n)} \right),$$

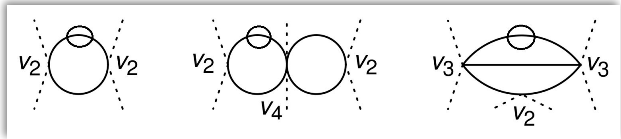
$$C_n^{(n)\prime} = \left(\frac{2}{(n-1)(n-2)} \frac{3}{n} C_3^{(n)} + \frac{2}{n-1} \frac{3}{n} C_2^{(n)} + \frac{3}{n} C_1^{(n)} \right)$$



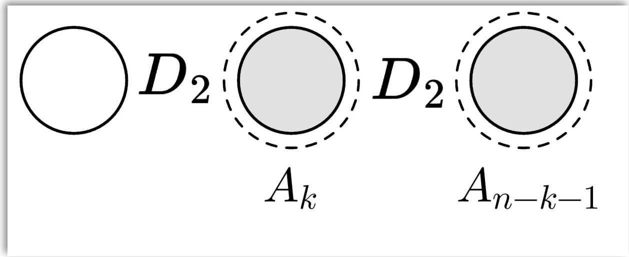
Аномальная размерность







Алфавит



$A_k, B_k, \ ..$

Вклад в эффективный потенциал

Γ_{0NL}

B_1

$$\sum_{k=0}^{n-1}[(B_{bubble})D_2A_kD_2A_{n-k-1}+2(A_{bubble})D_2B_kD_2A_{n-k-1}]$$
$$-3(A_{bubble})\sum_{l,k=0}^{l+k<n-2}D_2A_lD_2A_kD_2\Gamma_{2,n-l-k-1}$$

B_2

$$-\sum_{l,k=0}^{l+k<n-1}[(A_{sunrise})D_3A_lD_3A_kD_2B_{n-l-k-2}+2(A_{sunrise})D_3A_lD_3B_kD_2A_{n-l-k-2}$$
$$+(B_{sunrise})D_3A_lD_3A_kD_2A_{n-l-k-2}+(B_{2-bubbles})D_2A_lD_2A_kD_4A_{n-l-k-2}$$
$$+(A_{2-bubbles})D_2A_lD_2A_kD_4B_{n-l-k-2}+2(A_{2-bubbles})D_2A_lD_2B_kD_4A_{n-l-k-2}]$$
$$+\sum_{l,k,m=0}^{l+k+m<n-3}[2(A_{sunrise})D_3A_lD_3A_kD_2A_mD_2\Gamma_{2,n-l-k-m-2}$$
$$+3(A_{2-bubbles})D_2A_lD_2A_kD_4A_mD_2\Gamma_{2,n-l-k-m-2}]$$

Вклад в эффективное действие

Γ_{2NL}

B_1

$$2(A_{bubble})\sum_{k=0}^{n-3}D_2A_kD_2\Gamma_{2,n-k-1}$$

B_2

$$(A_{sunrise})\sum_{k=0}^{n-2}D_3A_kD_3A_{n-k-2}$$

Γ_{0NL}

Вклад в эффективный потенциал

B_1

$$\sum_{k=0}^{n-1}[(B_{bubble})D_2A_kD_2A_{n-k-1}+2(A_{bubble})D_2B_kD_2A_{n-k-1}]$$
$$-3(A_{bubble})\sum_{l,k=0}^{l+k<n-2}D_2A_lD_2A_kD_2\Gamma_{2,n-l-k-1}$$

B_2

$$-\sum_{l,k=0}^{l+k<n-1}[(A_{sunrise})D_3A_lD_3A_kD_2B_{n-l-k-2}+2(A_{sunrise})D_3A_lD_3B_kD_2A_{n-l-k-2}$$
$$+(B_{sunrise})D_3A_lD_3A_kD_2A_{n-l-k-2}+(B_{2-bubbles})D_2A_lD_2A_kD_4A_{n-l-k-2}$$
$$+(A_{2-bubbles})D_2A_lD_2A_kD_4B_{n-l-k-2}+2(A_{2-bubbles})D_2A_lD_2B_kD_4A_{n-l-k-2}]$$
$$+\sum_{l,k,m=0}^{l+k+m<n-3}[2(A_{sunrise})D_3A_lD_3A_kD_2A_mD_2\Gamma_{2,n-l-k-m-2}$$
$$+3(A_{2-bubbles})D_2A_lD_2A_kD_4A_mD_2\Gamma_{2,n-l-k-m-2}]$$

Γ_{2NL}

Вклад в эффективное действие

B_1 $$2(A_{bubble})\sum_{k=0}^{n-3}D_2A_kD_2\Gamma_{2,n-k-1}$$

B_2 $$(A_{sunrise})\sum_{k=0}^{n-2}D_3A_kD_3A_{n-k-2}$$

$$B_n^{(n)\prime}=\left(\frac{2}{n(n-1)}B_2^{(n)}+\frac{2}{n}B_1^{(n)}\right)$$

Вывод

Найден набор простых правил построения аналога уравнения Овсянникова - Каллана - Симанчика в произвольной скалярной неперенормируемой теории

R-правило - структура уравнения воспроизводится петлевой структурой

Спасибо за внимание