Применение голографического уравнения состояния для численного моделирования эволюции кварк-глюонной плазмы

А. В. Ануфриев[1], В. Н. Коваленко[1]

[1] Санкт-Петербургский Государственный Университет

20 февраля 2025,
г. Москва

Сессия-конференция секции ядерной физики ОФН РАН, посвященная 70-летию В. А. Рубакова

Работа выполнена при поддержке СПбГУ, шифр проекта 103821868

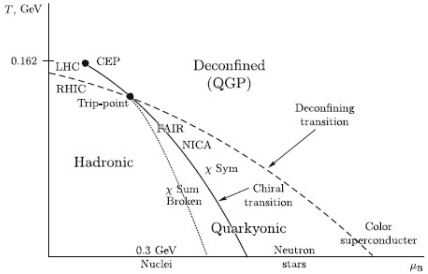
Содержание

Открытые проблемы исследования фазовой диаграммы КХД

Критическая точка фазовой диаграммы - тройная точка?

Индикатор фазового перехода - критические флуктуации, исследуемые с помощью сильно-интенсивных переменных [M. Gazdzicki and S. Mrowczynski, Z. Phys. C 54, 127 (1992)]

Рис.: I. Ya. Aref'eva, "On the quarkyonic phase in the holographic approach", Theoret. and Math. Phys., 217, 3 (2023)



Важная проблема: детальное изучение фазовой диаграммы при $\mu_B > 0$.

AdS/CFT-соответствие

Gerard 't Hooft - голографический принцип (1993)
Информация о материи в некотором пространстве -> "плоская голограмма"(не более одной степени свободы на планковскую площадь) на границе этого пространства.

Maldacena - AdS/CFT - соответствие (1998) [J. Maldacena // Adv.Theor.Math.Phys.2:231-252,1998]:
При некоторых граничных условиях имеет место дуальность суперсимметричной теории Янга-Миллса и IIB суперструнной теории в низкоэнергетическом пределе.

Термодинамические характеристики кварк-глюонной плазмы:

T, E, P, μ Уравнение состояния $P = P(\varepsilon)$

Параметры деформации пространства AdS_5:

$T(z_h)$, $S(z_h)$, z_h - характерный гравитационный горизонт, T, S - температура и энтропия соответствующей черной браны

При некоторых условиях голографический принцип Мальдасены применим к КХД.

Голографическое уравнение состояния КГП в рамках модели с двойным дилатонным полем (И.Я. Арефьева)

Предлагаемый анзац [I. Aref'eva et al. // JHEP 06, 090 (2021)] :

$$ds^2 = \frac{L^2}{z^2}b(z)\Big[-g(z)dt^2 + dx^2 + \left(\frac{z}{L}\right)^{2-\frac{2}{\nu}}dy_1^2 + \left(\frac{z}{L}\right)^{2-\frac{2}{\nu}}dy_2^2 + \frac{dz^2}{g(z)}\Big],$$

Деформирующий фактор $b(z) = e^{2A(z)}$, L - радиус AdS, g(z) - термодинамическая функция "почернения"

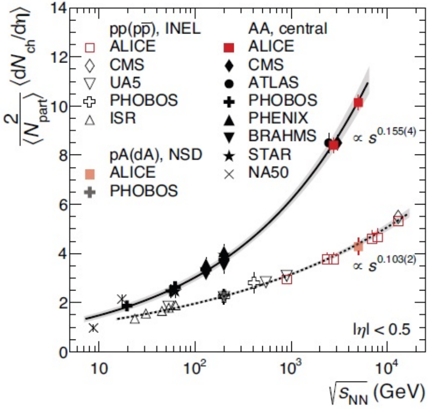
$A(z) = -a ln(bz^2 + 1)$ - модель "легких кварков"[[O. Andreev, V. Zakharov // Phys.Rev.D74, 025023 (2006)]]

$A(z) = -\frac{cz^2}{4}$ - модель "тяжелых кварков"[Meng-Wei Li et al., Phys. Rev. D 96, 066013 (2017)]

Преимущества подхода:

- Параметр анизотропии, введенныйв рамках данной модели, позволяет голографически восстановить экспериментально подтвержденную на RHIC и LHC зависимость множественности от энергии с большой точностью
- Один из параметров модели подобран в соответствии с реджевскими спектрами кваркониев (случай тяжелых кварков) и ρ-мезонов (случай легких кварков)
- Остальные параметры модели фитируются с помощью результатов вычислений в рамках решеточной КХД
- Возможность изучения свойств ядерной материи при достаточно больших μ_b

Анизотропная модель



Экспериментальная зависимость плотности множественности от энергии

$$M \propto s_{NN}^{0.15},$$

[K. Aamodt, et al. // Phys. Rev. Lett. 105 252301 (2010)]

Результат в изотропных голографических теориях

$$M \propto s_{NN}^{\frac{1}{3}}, \nu = 1$$

[S. Gubser et al. // Phys. Rev. D 78 066014 (2008)]

Результат оценки методами голографии в рамках работ И.Я. Арефьевой (анизотропный случай)

$$M \propto s^{\frac{1}{6}} \approx s_{NN}^{0.16}, \nu = 4.45$$

[I. Aref'eva, A. Golubtsova // JHEP 04 011 (2015)]

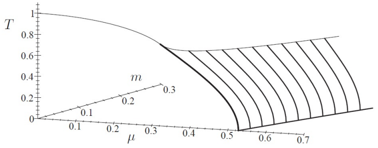
Голографическое уравнение для физических масс кварков

По результатам исследования [M. Halasz et al. // Phys. Rev. D 58, 096007 (1998)] можно сделать вывод о том, что нет существенно качественного отличия фазовой структуры КХД в хиральном пределе и в случае физических масс кварков (которые достаточно малы по сравнению с "тяжелым"случаем)

Идея

Параметры модели легких кварков фитируются в соответствии с вычислениями решеточной КХД для масс кварков, наиболее близких к физическим.

Зависимость фазового поведения КГП от масс кварков - мало структурных отличий при $m \to 0$



Свободные параметры модели легких кварков:

Применяется метод из [J. Grefa et al. // Phys. Rev. D 104, 034002 (2021)]. Безразмерные термодинамические величины умножаются на масштабный коэффициент Ł (степень L=степень ГэВ величины). Остальные параметры:

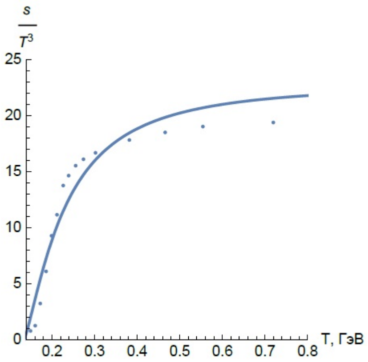
- ν - параметр анизотропии. $\nu = 1$ -изотропный случай, $\nu = 4, 5$ - анизотропный
- c - параметр, отфитированный в Meng-Wei Li et al. // Phys. Rev. D 96, 066013 (2017)] со значением $c = 0.227$ ГэВ^2 на реджевские спектры ρ-мезонов
- Параметр L - характерный энергетический масштаб.
- Параметр G - безразмерная гравитационная константа
- Безразмерный параметр a и параметр b, фитируемый в единицах ГэВ^2, появляются в функции взаимодействия дилатонного поля, выбранной в виде $A(z) = -a ln(1 + bz^2)$

Голографическое изотропное уравнение состояния для физических масс кварков

Фит совершался на основе результатов для величины $\frac{s}{T^3}$ в работе [M. Cheng et al.// Phys. Rev. D 77, 014511 (2008)]. В данной статье, физическая масса кварков достигается путем настройки массы ρ-мезонов. Эта работа - очень популярный источник для фитирования параметров в рамках других голографических термодинамических моделей.

Результаты фита методом наименьших квадратов:

$L = 1.08$ ГэВ,
$G = 0.34$ $a = 3.71$,
$b = 0.0129$ ГэВ^2.

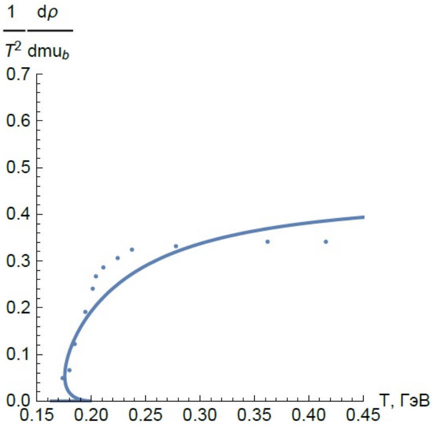


Голографическое анизотропное уравнение состояния для физических масс кварков

В связи с общностью зависимости $\rho(\mu_b)$ для обеих моделей, фит для анизотропного случая совершался на основе результатов для величины $\hat{\chi} = \frac{1}{T^2}\frac{\partial\rho}{\partial\mu_b}$ в той же работе [M. Cheng et al.// Phys. Rev. D 77, 014511 (2008)].

Результаты фита методом наименьших квадратов:

$L = 1.01$ ГэВ,
$G = 0.81$ $a = 3.949$,
$b = 0.03506$ ГэВ^2.



Включение голографического уравнения состояния в пакет релятивистской гидродинамики MUSIC

Был написан программный код на основе встроенных в MUSIC (https://github.com/MUSIC-fluid/MUSIC.git) методов считывания таблиц по результатам решеточной КХД:

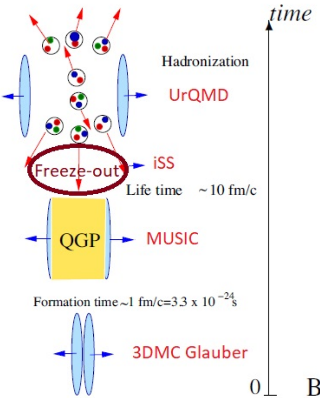
1. Строится двумерная таблица термодинамических величин (T, p, μ_b) по заданным s и ρ_b на основании формул голографических моделейblu
2. По начальному профайлу энергетических и барионных плотностей MUSIC интерполирует значения термодинамических величин в каждой точке введенной сетки при заданном шаге по времени.
3. Эволюция заканчивается по достижении плотности энергии некоторого критического значения - энергии фризаута (задается предварительно)
4. Весь этот функционал вшит в специально созданный класс "EOSholo.h"(cpp).
5. Предусмотрен особый параметр input-файла MUSIC для быстрого переключения таблиц изотропной модели на анизотропную

Эволюция КГП в рамках пакета iEBE-MUSIC

Пакет iEBE включает в себя набор моделей, предназначенных для исследований отдельных промежутов эволюции КГП и предоставляет широкий функционал для всестороннего изучения данного процесса на всех его этапах (https://github.com/chunshen1987/iEBE-MUSIC.git).

Структура эволюции КГП в рамках данного исследования:

1. Начальный профайл энергии и барионной плотности рассчитывается в рамках модели 3D Monte-Carlo Glauber для заданной кинематической области
2. Пакет MUSIC (модифицированный, включающий голографичекое уравнение состояния) принимает на вход данный профайл и производит эволюцию КГП до наступления заданного фризаута
3. Пакет iSS производит Монте-Карло сэмплирование для получения конечного набора частиц на основании гиперповерхности на выходе MUSIC
4. Транспортная модель UrQMD позволяет получить финальный спектр адронов

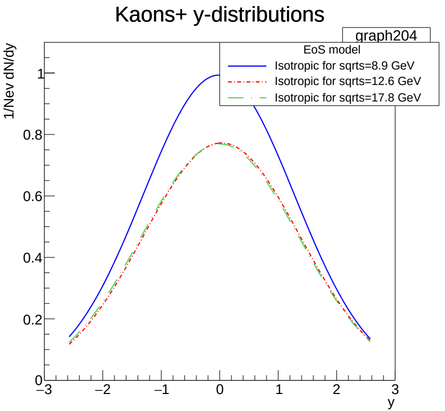


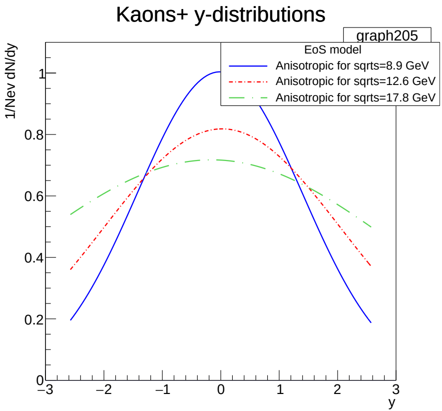
Быстротные спектры K^+-мезонов для голографических уравнений при энергиях NA49 [NA49 collab. // Phys.Rev.C66:054902,2002]

Pb-Pb столкновения, $|y| < 2.6$
$\sqrt{s}$=[8.9 Гэв, 12.6 Гэв, 17.8 Гэв],
$b < 20$ фм

Изотропный случай

Анизотропный случай

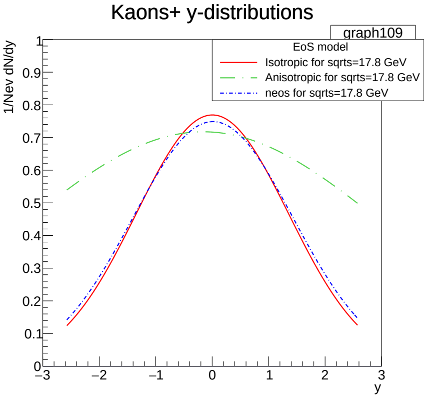


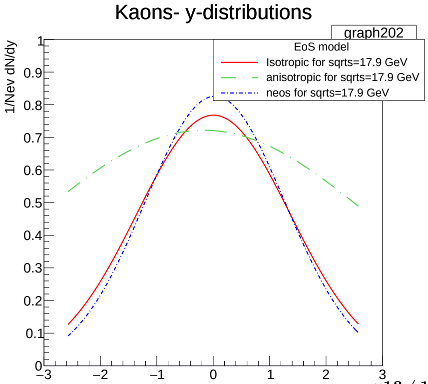


Сравнение быстротных спектров K^+, K^--мезонов для модельных уравнений состояния

Pb-Pb столкновения, $|y| < 2.6$
$\sqrt{s}$=17.8 Гэв,
$b < 20$ фм

K^+ K^-



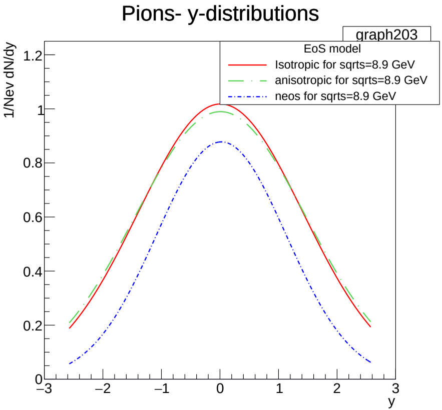


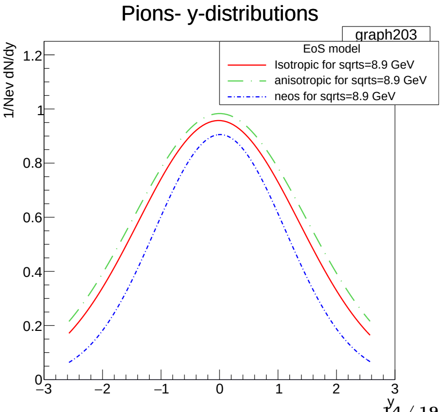
Сравнение быстротных спектров π^--мезонов для центральных и периферических столкновений

Pb-Pb столкновения, $|y| < 2.6$

$\sqrt{s}$=8.9 Гэв

b < 2.5 фм　　　　b < 20 фм





Заключение и потенциал дальнейшего развития

Результаты

1. Предложен способ настройки изотропной и анизотропной голографической модели "легких"кварков с помощью результатов решеточной КХД для **физических масс кварков** для применения в численном моделировании реальных экспериментов.

2.**Голографические уравнения состояния внедрены в программный пакет релятивистской гидродинамики MUSIC**. Время на расчет сравнимо с тем, которое затрачивается при работе с встроенными уравнениями.

3. Рассмотрены результаты вычислений в пакете iEBE-MUSIC для многостадийного моделирования динамики КГП. Показано наличие **модельной зависимости результатов от применяемых уравнений состояния**.

Дальнейшие планы и перспективы

1. Кроме комбинации MUSIC+UrQMD планируется применять **vHLLE+SMASH** [A.Shafer et al. // Eur.Phys.J.A 58(2022)11,230].

2. Желателен поиск голографической модели для физических масс кварков (**"гибридной модели"**), сохраняющей все преимущества подхода

3. Возможен **учет вторичного магнитного поля**, порождаемого вылетающими заряженными частицами

4. Пакет iEBE может быть модифицирован с помощью **голографических моделей для термализации и фризаута**

5. С применением описанных подходов планируется изучение **флуктуаций и корреляций в качестве инструментов исследования фазовой диаграммы**

Спасибо за внимание!

Заключение и потенциал дальнейшего развития

Backup Slides

Основные формулы модели "легких кварков"в безразмерном виде

$$I_1 = \int_0^{z_h} (1+b\xi^2)^{3a} \xi^{1+\frac{2}{\nu}} d\xi \text{ и } I_2 = \int_0^{z_h} e^{c\xi^2} (1+b\xi^2)^{3a} \xi^{1+\frac{2}{\nu}} d\xi$$

$$T = \frac{1}{4\pi} \left| -\frac{(1+bz_h^2)^{3a} z_h^{1+\frac{2}{\nu}}}{I_1} \left[1 - \frac{2\mu^2 c e^{cz_h^2}}{(1-e^{cz_h^2})^2} (1 - e^{-cz_h^2} \frac{I_2}{I_1}) I_1 \right] \right|$$

$$s = \left(\frac{1}{z_h}\right)^{1+\frac{2}{\nu}} \frac{(1+bz_h^2)^{-3a}}{4}$$

$$\rho = -\frac{c\mu}{1-e^{cz_h^2}}$$

$$p = -\int_0^{z_0} s \frac{dT}{dz_h} dz_h - \int_0^{\mu_0} s \frac{dT}{d\mu} d\mu + \int_0^{\mu_0} \rho d\mu$$

$$\varepsilon = -p + Ts + \rho\mu$$

Фит константы с по реджевским спектрам

Из метрики строится уравнение для пробного векторного поля V:

$$\frac{1}{g}\Delta V_I + v_I'' + (\frac{g'}{g} + \frac{f'}{f} + A' - \frac{1}{z})V_i' = 0$$

После фурье-преобразования (v_i - фурье-образ V_i):

$$-v_i'' - (\frac{g''}{g} + \frac{f'}{f} + A' - \frac{1}{z})v_i' = (\frac{\omega^2}{g^2} - \frac{p^2}{g})v_i$$

Это уравнение преобразуется к уравнению шредингеровского типа:

$$-\psi_i'' + U(z)\psi_i = m_i\psi_i$$

с потенциалом $U(z) = -\frac{3}{4z^2} - c^2z^2$ и собственными значениями $m_n^2 = 4cn$ ($m_n^2 = 4c(n+1)$ для фита)

Сравнение спектров по поперечной массе с результатами NA49

Pb-Pb столкновения, $|y| < 2.6$

$\sqrt{s}$=8.9 Гэв, b<2.5 фм

K^+ π^-