Семейства конформных теорий поля в контексте М-теории

Мусаев Эдвард

МФТИ, Долгопрудный,

Лаб. физики высоких энергий

Rubakov70

Семейство квантовых теорий поля

Маргинальные и релевантные $\mathcal{N}=1$ деформации $D=4$ $\mathcal{N}=4$ теории SYM [Leigh, Strassler (1995)]

$$W = \overbrace{i\kappa \mathrm{Tr}\left[\underbrace{e^{i\gamma}\Phi_1\Phi_2\Phi_3 - e^{-i\gamma}\Phi_1\Phi_3\Phi_2}_{\beta-\text{деформация}}\right] + \rho \mathrm{Tr}\left[\underbrace{\Phi_1^3+\Phi_2^3+\Phi_3^3}_{\rho-\text{деформация}}\right]}^{\text{маргинальные}} + \overbrace{\frac{m}{2}\mathrm{Tr}\,\Phi_3^2}^{\text{релевантные}} \qquad (1)$$

- γ, ρ — **точно** маргинальные, нарушают SUSY до $\mathcal{N}=1$,

  дуальны некоммутативным деформациям струнного фона

  [Berenshtein, Jejjala, Leigh (2000), Lunin, Maldacena (2005), Kulaxizi (2006)]

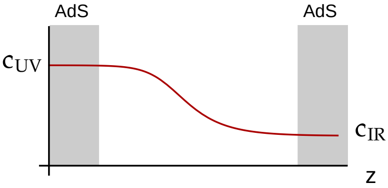
- m — инициирует поток РГ в ИК к $\mathcal{N}=1$ суперконформной теории при сильной связи (Leigh–Strassler flow)

  дуальна доменной стенке [Freedman, Gubser, Pilch, Warner (1999)]

Сторона гравитации

РГ поток между УФ и ИК критическими точками за счет релевантного оператора: решение доменной стенки

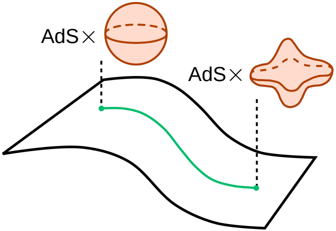
$$ds^2 = e^{2A(z)}\eta_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu - \frac{dz^2}{z^2},$$
$$\mu, \nu = 1, \ldots, D$$



[см. доклады И. Арефьевой, П. Слепова, М. Усовой]

Точно маргинальные деформации: движение вдоль линии критических точек.
Полные 10(11)-мерные решения вида:

$$ds^2 = e^{2\Delta(y)} ds^2_{AdS} + ds^2(y)$$



[см. доклад К. Губарева]

Янг-бакстеровы деформации

Генерируют:

- точно маргинальные деформации (вдоль изометрий сферы)
- некоммутативные теории (вдоль изометрий АдС)

Общий алгоритм построения решений:

- Для решения, заданного полями $G_{mn}, B_{mn}, \varphi, C_{(p)}$ строим

$$(G+B)^{-1} = (g+b)^{-1} + \beta \tag{2}$$

- Достаточные условия для генерации решения:

$$\begin{aligned}
[k_a, k_b] &= f_{ab}{}^c k_c && \text{(алгебра векторов Киллинга)}\\
\beta^{mn} &= k_a{}^m k_b{}^n r^{ab} && \text{(би-Киллингов анзац);}\\
r^{b_1[a_1} r^{|b_2|a_2} f_{b_1 b_2}{}^{a_3]} &= 0 && \text{(кл. ур-е Янга-Бакстера);}\\
r^{b_1 b_2} f_{b_1 b_2}{}^a k_a{}^m &= 0 && \text{(унимодулярность);}
\end{aligned} \tag{3}$$

[Lunin, Maldacena, Araujo, Bakhmatov, Colgain, Sakamoto, Sheikh-Jabbari, Yavatanoo, Borsato, Wulff]

Более широкий класс деформаций

Би-векторные

- Группа T-дуальности

$$\mathcal{O}_\beta = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \beta & \mathbf{1} \end{bmatrix} \in O(d,d)$$

- NS-NS и RR поля преобразуются раздельно

$$(g_{mn}, b_{mn}\, \phi) \to (G_{mn}, B_{mn}\, \Phi), \quad c_{(p)} \to C_{(p)}$$

- Би-киллингов анзац (структура O(d,d))

$$\beta^{mn} = r^{ab} k_a{}^m k_b{}^n$$

Поли-векторные

- Группа U-дуальности:

$$SL(5),\ SO(5{,}5),\ E_6,\ E_7,\ E_8$$

- NS-NS и RR поля перемешиваются

$$\left.\begin{matrix} (g_{mn}, b_{mn}\, \phi) \\ c_{(p)} \end{matrix}\right\} \to \dots$$

- Поли-киллингов анзац

$$\Omega^{mnk} = \rho^{abc} k_a{}^m k_b{}^n k_c{}^k$$
$$\Omega^{m_1 \dots m_6} = \rho^{a_1 \dots a_6} k_{a_1}{}^{m_1} \dots k_{a_1}{}^{m_6}$$
$$\vdots$$

(4)

Конкретный вид SL(5) преобразований

Для решений вида $M_7 \times N_4$, то есть:

$$
\begin{aligned}
ds^2 &= \Delta(y) ds_7{}^2 + ds_4^2, \\
C &= \frac{1}{3!} C_{mnk}(y) dy^m \wedge dy^n \wedge dy^k,
\end{aligned}
\tag{5}
$$

три-векторная деформация задается формулами ($W_m = \varepsilon_{mnkl}\Omega^{nkl}$)

$$
\begin{aligned}
K^{-1} &= 1 + W_m W^m - 2W_m v^m + (W_m v^m)^2, \\
G_{\mu\nu} &= K^{-\frac{1}{3}} g_{\mu\nu}, \\
G_{mn} &= K^{\frac{2}{3}} \left(g_{mn} + (1 + v^2) W_m W_n - 2 v_{(m} W_{n)} \right), \\
C^{mnk} &= K^{-1} \left(c^{mnk} + (1 + \frac{1}{3!} c^2) \Omega^{mnk} \right).
\end{aligned}
\tag{6}
$$

- Деф-ии $AdS_4 \times \mathbb{S}^7$ вдоль изометрий АдС [Bakhmatov, Gubarev, EtM (2020)]
- Деф-ии $AdS_7 \times \mathbb{S}^4$ вдоль изометрий $\mathbb{S}^4$ [EtM, Petrov (2023)]

Обобщенные уравнения Янга–Бакстера

Алгебраические уравнения связанные с поливекторными деформациями (если оставить только три-векторы)

Линейное: Аналог унимодулярности

$$\rho^{a_1a_2a_3} f_{a_2a_3}{}^{a_4} = 0, \tag{7}$$

Квадратичные: обобщенное уравнение ЯБ

$$\rho^{a_1[a_2|a_6|}\rho^{a_3a_4|a_5|} f_{a_5a_6}{}^{a_7]} - \rho^{a_2[a_1|a_6|}\rho^{a_3a_4|a_5|} f_{a_5a_6}{}^{a_7]} = 0 \tag{8}$$

ср.

$$\text{CYBE:} \quad r^{b_1[a_1} r^{|b_2|a_2} f_{b_1b_2}{}^{a_3]} = 0, \quad \text{Uni:} \quad r^{b_1b_2} f_{b_1b_2}{}^{a} = 0 \tag{9}$$

[Sakatani, Blair, Malek, Thompson, Colgain, Deger, Sheikh-Jabbari, Bakhmatov, Gubarev, EtM]

Интегрируемость

- Би-векторные деформации сохраняют интегрируемость струны (пара Лакса)
  [Klimcik, Vicedo, Magro, Delduc, Orlando, Sakamoto, Reffert, Seibold, Tseytlin, ...]
- Интегрируемость дуальной КТП: результаты для произвольной константы связи

  иллюстрация из N. Beisert et al. [1012.3982]:

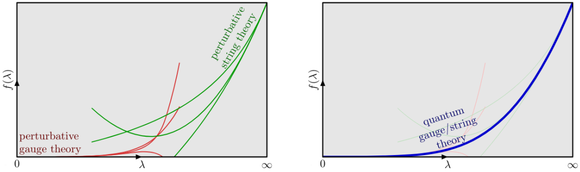


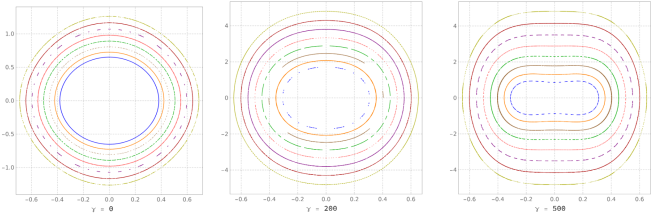
Figure 3: Weak coupling (3, 5, 7 loops) and strong coupling (0, 1, 2 loops) expansions (left) and numerically exact evaluation (right) of some interpolating function $f(\lambda)$.

- Связь между обобщенным уравнением ЯБ и интегрируемыми структурами остается открытой (уравнение тетраэдра, обобобщение квазитреугольных алгебр Хопфа, формализм Захарова-Шабата для 3-скоби, и т.п.)

Некоторые намеки на сохранение интегрируемости

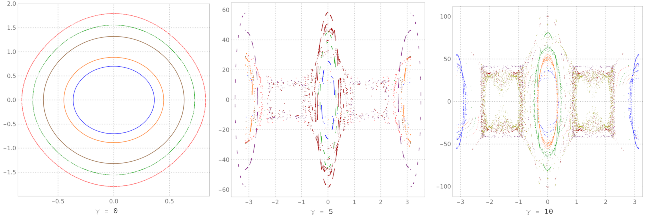
КАМ торы в сечениях Пуанкаре (текущая работа с Г. Зверевым):

- сохраняются для янг-бакстеровых 3-в деформаций



(a) $\gamma = 0$ (c) $\gamma = 200$ (d) $\gamma = 500$

- разрушаются для не-янг-бакстеровых 3-в деформаций



Заключение

- Обобщение би-векторных деформаций до преобразований из группы U-дуальности ведет к поливекторным деформациям.
- Классическое уравнение Янга–Бакстера на матрицу r^{ab} обобщается до уравнения на ρ^{abc}.
- Поливекторные деформации генерируют решения уравнений 11D и 10D IIA/B супергравитаций (есть много примеров).
- По всей видимости поливекторные деформации сохраняют интегрируемость 2D сигма-модели. Точное утверждение еще предстоит сделать.

Спасибо за внимание!