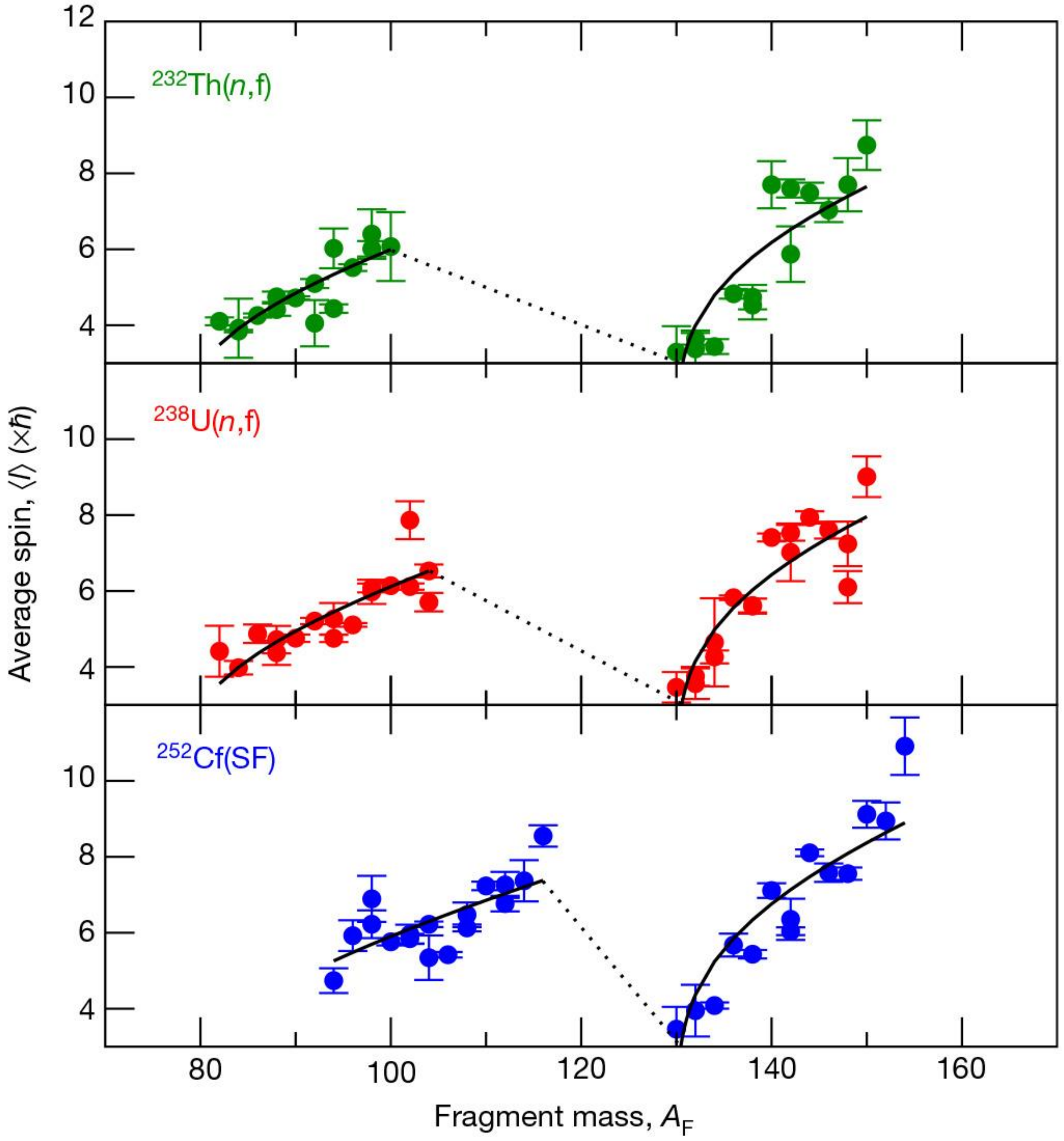
Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Воронежский государственный университет»

СЛЕДСТВИЯ ИЗ ОБОБЩЕННОЙ МОДЕЛИ ХОЛОДНОГО ЯДРА

Докладчик: Любашевский Д.Е.



Зависимости спинов от массовых чисел для фрагментов деления 232Th, 238U и 252Cf.

Wilson, J.N., Thisse, D., Lebois, M. *et al.* Angular momentum generation in nuclear fission. *Nature* **590**, 566–570 (2021).

Описание процесса двойного деления ядер в рамках модели «холодного» делящегося ядра

$$\Psi_K^{JM} = b_0 \Psi_{0_K}^{JM}\left(\beta_\lambda\right) + \sum_{i \neq 0} b_i \Psi_{i_K}^{JM},$$

где функция Ψ_{ik}^{JM} описывает квазичастичное возбужденное состояние ядра, а $\Psi_{0k}^{JM}(\beta_\lambda)$ – коллективное деформационное движение ядра с энергией возбуждения $|B_n|$.

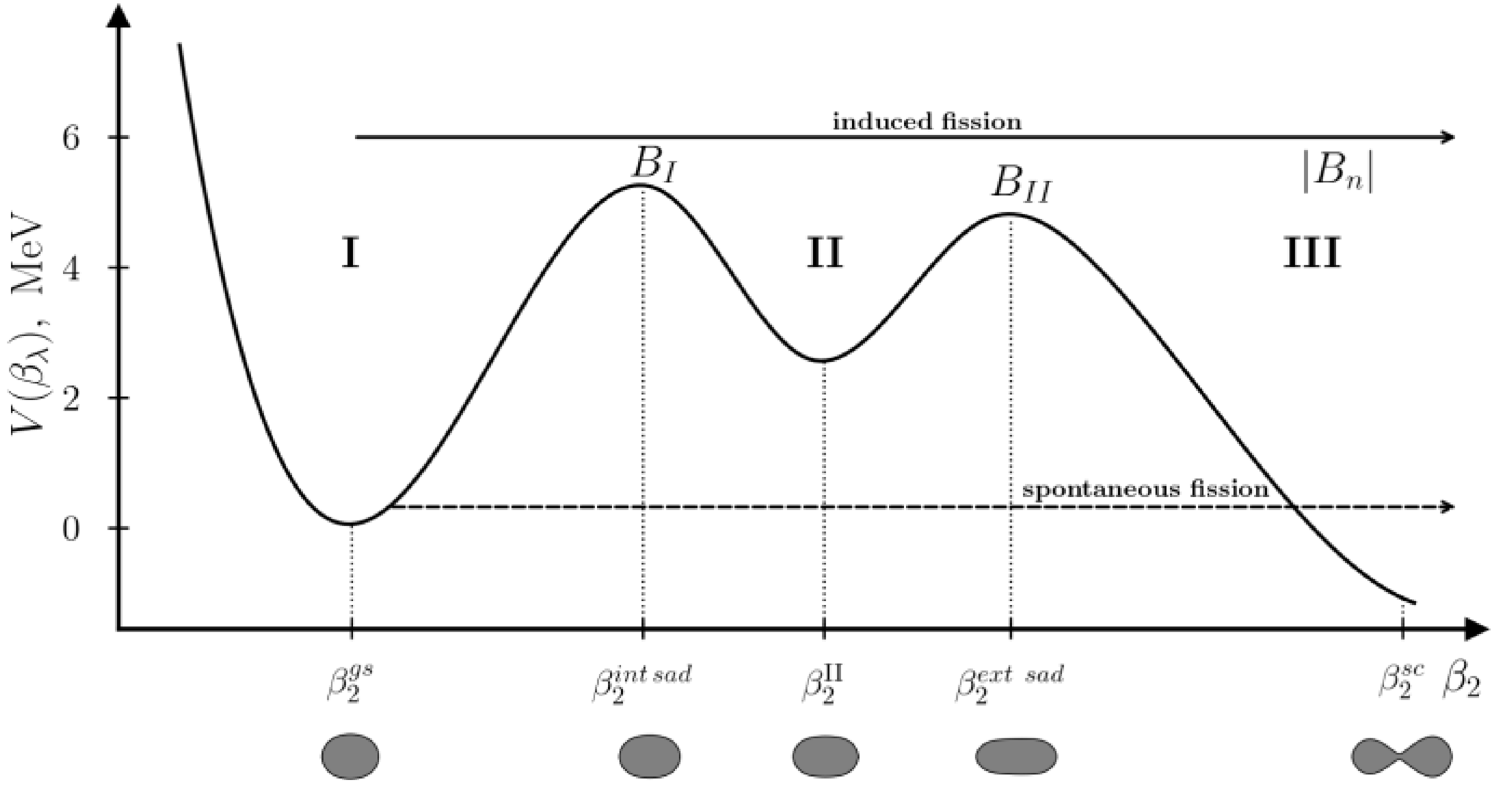
Kadmensky S.G. // Phys. Atom. Nucl. 2002. V. 65. P. 1390.

E. P. Wigner, Ann. Math. 62, 548 (1955).

E. P. Wigner, Ann. Math. 65, 203 (1957).

E. P. Wigner, Ann. Math. 67, 325 (1958).

Описание процесса двойного деления ядер в рамках модели «холодного» делящегося ядра



Принципиальная схема потенциала V в зависимости от квадрупольной деформации ядра β_2. Область I соответствует основному состоянию ядра с β_2^{gs}. II - изомерным состояниям, а III - внебарьерной области, где ядро распадается на фрагменты деления.

Kadmensky S.G. // Phys. Atom. Nucl. 2002. V. 65. P. 1390.

E. P. Wigner, Ann. Math. 62, 548 (1955).

E. P. Wigner, Ann. Math. 65, 203 (1957).

E. P. Wigner, Ann. Math. 67, 325 (1958).

Описание процесса двойного деления ядер в рамках модели «холодного» делящегося ядра

$$C_{b(w)} = I_{b(w)} \hbar\omega_{b(w)} \coth\left(\frac{\hbar\omega_{b(w)}}{2T}\right) \rightarrow \begin{cases} 2I_{b(w)}T, & T \gg \hbar\omega_{b(w)} \\ I_{b(w)}\hbar\omega_{b(w)}, & T \ll \hbar\omega_{b(w)} \end{cases},$$

где $C_{b(w)}$, $I_{b(w)}$ и $\hbar\omega_{b(w)}$ –коэффициент, момент инерции и энергия указных колебаний.

J.R. Nix, W.J. Swiatecki, Nucl. Phys. **71,** 1 (1965).

Подходы к вычислению моментов инерции ядер

- гидродинамическая модель

$$J = \frac{9mR^2}{4\pi} \frac{\beta^2 \left(1 + \frac{1}{4}\sqrt{\frac{5}{4\pi}}\beta\right)^2}{2 + \sqrt{\frac{5}{4\pi}}\beta + \frac{25}{16\pi}\beta^2}.$$

$$\frac{J}{J_0} = \frac{45\beta^2 \left(1 + \frac{\beta}{4}\sqrt{\frac{5}{4\pi}}\right)}{8\pi\left(2+\sqrt{\frac{5}{4\pi}}\beta+\frac{25}{16\pi}\beta^2\right)\left(1+\sqrt{\frac{5}{16\pi}}\beta+\frac{25}{32\pi}\beta^2\right)}.$$

Гидродинамический подход описывает ядро как каплю ядерной жидкости, в которой моменты инерции определяются на основе распределения масс и формы осколков. В этом методе учитывается вклад коллективного движения ядерной материи.

Migdal A. B. Superfluidity and the moments of inertia of nuclei //Sov. Phys. JETP. – 1960. – T. 10. – №. 1. – C. 176.

Подходы к вычислению моментов инерции ядер

- осцилляторный потенциал

$$\frac{J}{J_0} = \frac{N}{A}\Phi(\chi_n) + \frac{Z}{A}\Phi(\chi_p),$$

$$J = J_0\left\{1 - g_1 + \frac{g_1^2\chi^2}{v_1^2 g_1 + g_2^2 \nu_2}\right\} = J_0\Phi_1\left(\chi\right).$$

Осцилляторная модель основана на представлении ядерных уровней в рамках осцилляторного потенциала. Этот подход учитывает квантовые эффекты и распределение нуклонов в поле, приближенном к гармоническому осциллятору.

Migdal A. B. Superfluidity and the moments of inertia of nuclei //Sov. Phys. JETP. – 1960. – Т. 10. – №. 1. – С. 176.

Подходы к вычислению моментов инерции ядер

- прямоугольная потенциальная яма

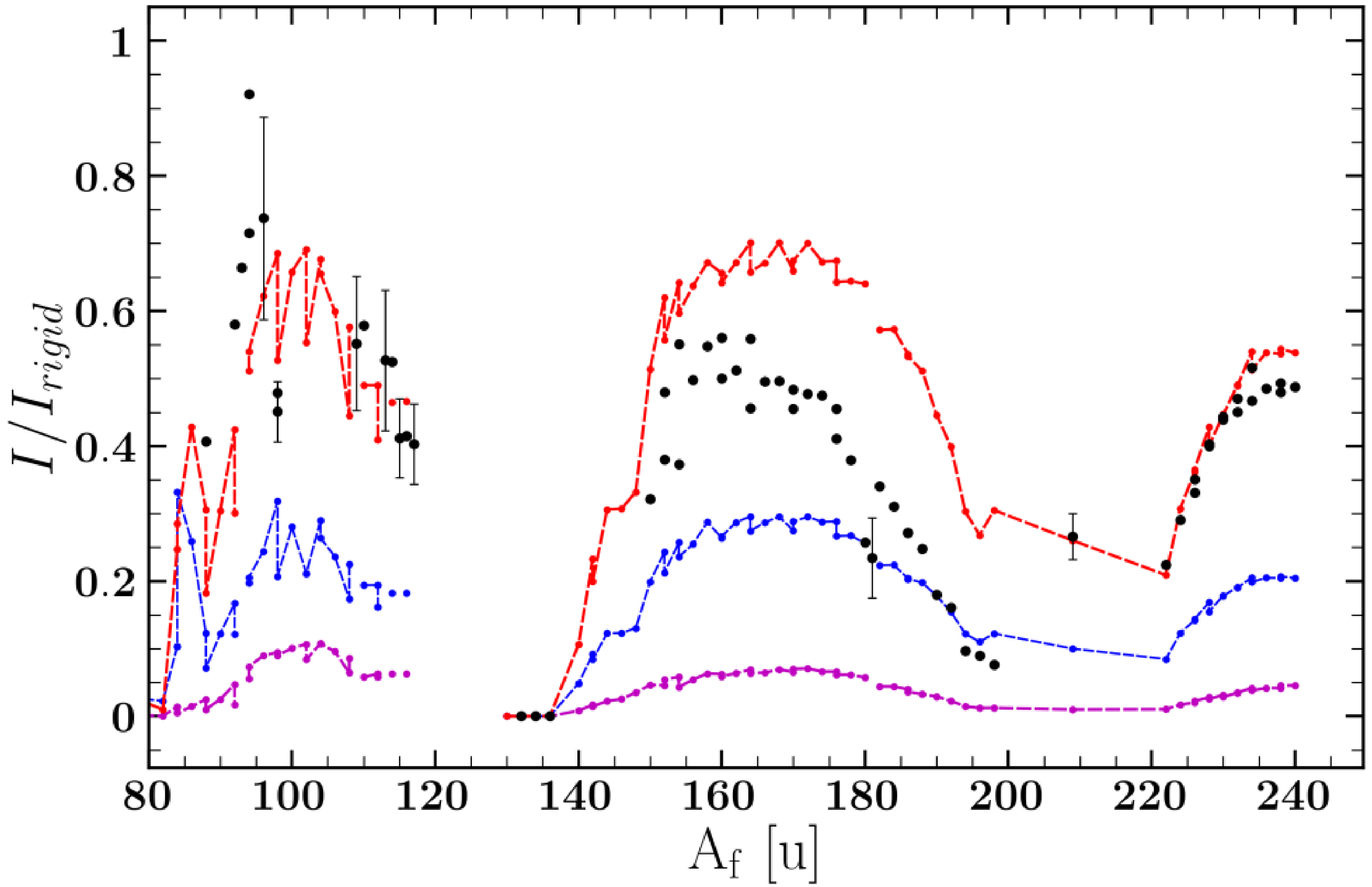
$$\frac{J}{J_0} = \frac{N}{A}\Phi(\chi_n) + \frac{Z}{A}\Phi(\chi_p),$$

$$J_1 = J_0\left\{1 - \frac{45}{4}\int_0^1 d\xi\,\xi^3\sqrt{1-\xi^2}\int_0^1 d\eta\,(1-\eta^2)\,g\left(\aleph\frac{\eta}{\xi}\right)\right\}$$

$$= J_0\Phi_2(\chi).$$

Модель прямоугольного потенциала использует приближение сферического или деформированного потенциала с жёсткими стенками. В этом методе рассматривается движение нуклонов в потенциале конечной глубины, что позволяет оценивать вклад оболочечных эффектов.

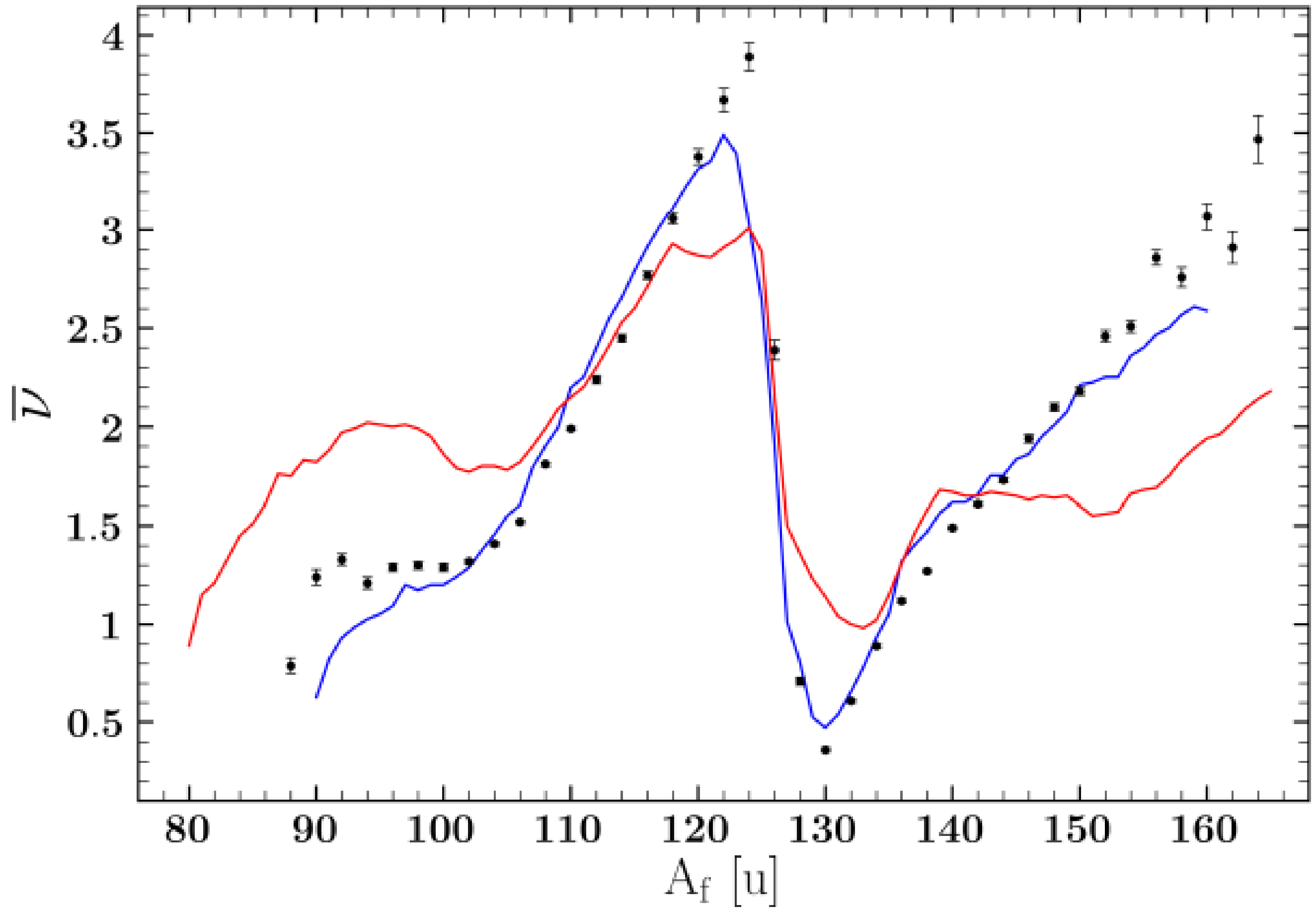
Migdal A. B. Superfluidity and the moments of inertia of nuclei //Sov. Phys. JETP. – 1960. – T. 10. – №. 1. – C. 176.



Сравнение моментов инерции ядер в зависимости от их массового числа A_f, рассчитанных в рамках гидродинамического подхода (пурпурный) и модели сверхтекучего ядра для случаев прямоугольного (синий) и осцилляторного (красный). Черными точками обозначены экспериментальные данные, взятые из [1, 2]. Все величины нормированы на значения моментов твердого тела.

G. Lovchikova, B. Maksyutenko, S. Simakov, and A. Trufanov, Tech. Rep. (Gosudarstvennyj Komitet po Ispol’zovaniyu Atomnoj Energii SSSR, 1983).
M. K. M. Abu El Sheikh, A. Okhunov1, H. Abu Kassim, and M. Khandaker, Chin. Phys. C 44, 114107 (2020).

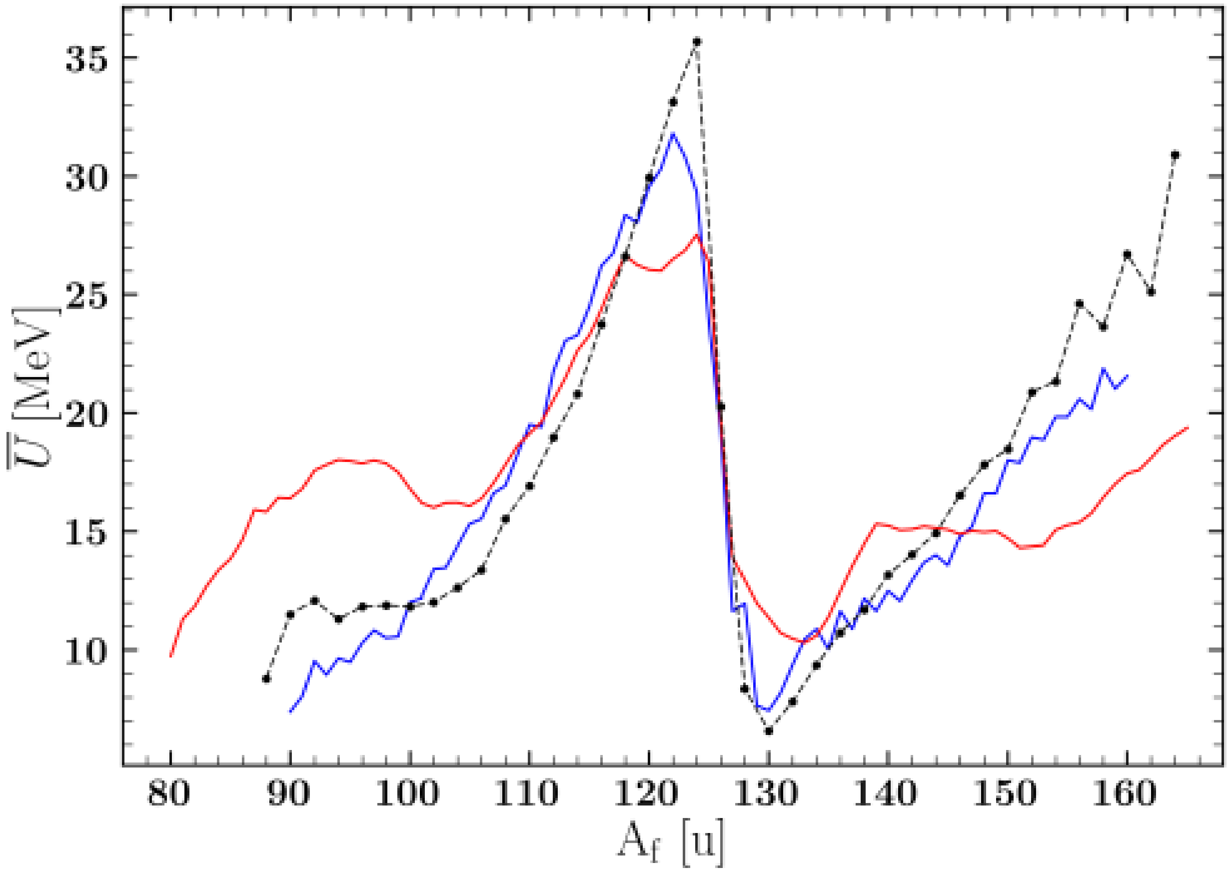
Подходы к вычислению моментов инерции ядер



Средние множественности нейтронов в зависимости от массы осколков спонтанного деления 252Cf. Черными точками отмечены экспериментальные данные из работы [1], красной линией - оценка по модели оценка по модели FREYA, а синяя линия - оценка по методу Грудзевича [2].

R. Walsh and J. Boldeman, Nucl. Phys. A 276, 189 (1977).
O. T. Grudzevich, Probl. At. Sci. Technol. Ser: Nucl. Const. 1, 39 (2000).
J. Randrup and R. Vogt, Phys. Rev. C 80, 024601 (2009).

Подходы к вычислению моментов инерции ядер



Средние энергии возбуждения как функция массы осколка спонтанного деления 252Cf. Черными точками с пунктиром обозначены восстановленные энергии возбуждения из данных работы [1], красной линией - FREYA, синей - оценка по методу работы Грудзевича [2].

R. Walsh and J. Boldeman, Nucl. Phys. A 276, 189 (1977).
O. T. Grudzevich, Probl. At. Sci. Technol. Ser: Nucl. Const. 1, 39 (2000).
J. Randrup and R. Vogt, Phys. Rev. C 80, 024601 (2009).

Подходы к вычислению моментов инерции ядер

$$U = 5 + 4\nu + \nu^2,$$

$$U = 7\left(\nu + \frac{3}{7}\right)$$

$$U = \sigma A^{2/3}\left[0.4(1 - x)\alpha^2 - 0.0381(1 - 2x)\alpha^3\right]$$

O. T. Grudzevich, Probl. At. Sci. Technol. Ser: Nucl. Const. 1, 39 (2000).
T. Døssing, S. Åberg, M. Albertsson, B. G. Carlsson, J. Randrup, PHYSICAL REVIEW C 109, 034615 (2024)].
V. Strutinsky, Nucl. Phys. A 95, 420 (1967).

Спиновое распределение фрагментов двойного деления

$$P\left(J_{k_x}, J_{k_y}\right) \equiv P\left(J_{k_x}\right) P\left(J_{k_y}\right) = \frac{1}{\pi I_k \hbar\omega_k} \exp\left[-\frac{J_{k_x}^2 + J_{k_y}^2}{I_k \hbar\omega_k}\right]$$

где индекс k = w, b соответствует типу колебаний (wriggling или bending), I_k – момент инерции этих колебаний, частоты ω_k колебаний определяются классическими формулами $\omega_k = \sqrt{\frac{K_k}{M_k}}$, а энергии рассматриваемых нулевых колебаний равны $\hbar\omega_w = 2.5$ МэВ; $\hbar\omega_b = 0.9$ МэВ.

Nix J.R. and Swiatecki W.J. // Nucl. Phys. A. 1965. V. 71. P. 1.
S. G. Kadmensky et al., Phys. At. Nucl. 87, 359 (2024).

D.E. Lyubashevsky et al., arXiv preprint arXiv:2412.04410 (2024).

Спиновое распределение фрагментов двойного деления

$$I_w = \frac{(I_1 + I_2) I_0}{I} \qquad\qquad I_0 = \frac{M_1 M_2}{(M_1 + M_2)} \left(R_1 + R_2 + d \right)^2$$

$$I = I_0 + I_1 + I_2$$

$$I_{1,2} \equiv I_{i,\mathrm{rigit}} = \frac{M_i}{5} \sum R_i^2$$

$$R_i = r_0 A^{1/3} \left[1 - \beta_i^2 / 4\pi + \beta_i \sqrt{5/4\pi} \right]$$

J. Randrup and R. Vogt, Phys. Rev. Lett. 127, 062502 (2021).
R. Vogt and J. Randrup, Phys. Rev. C 103, 014610 (2021).
.

Спиновое распределение фрагментов двойного деления

$$I_b = \frac{I_1 I_2}{I_1 + I_2}. \qquad\qquad I_b = I_1 + \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 I_2$$

$$J_{i\,x(y)} = \frac{I_i}{I_1 + I_2} J_{w_{x(y)}} + (-1)^{i+1} J_{b_{x(y)}}$$

$$J_{w_{x(y)}} = J_{1x(y)} + J_{2\,x(y)}$$

J. Randrup and R. Vogt, Phys. Rev. Lett. 127, 062502 (2021).

R. Vogt and J. Randrup, Phys. Rev. C 103, 014610 (2021).

T. Shneidman, G. Adamian, N. Antonenko, S. Ivanova, R. Jolos, and W. Scheid, Phys. Rev. C 65, 064302 (2002)

Спиновое распределение фрагментов двойного деления

$$J_{b_{x(y)}} = J_{1x(y)} - \frac{I_1}{I_1 + I_2} J_{w_{x(y)}} = \frac{I_2 J_{1x(y)} - I_1 J_{2x(y)}}{I_1 + I_2}$$

$$P(J_{w_{x(y)}}, J_{b_{x(y)}}) = P(J_{w_{x(y)}}) P(J_{b_{x(y)}})$$

$$P(J_{1x.}, J_{2x}, J_{1y}, J_{2y}) =$$

$$\frac{1}{\pi^2 I_w \hbar\omega_w I_b \hbar\omega_b} \exp\left[-\left\{ \frac{J_{\omega_x}^2 + J_{\omega_y}^2}{I_w \hbar\omega_w} + \frac{J_{b_x}^2 + J_{b_y}^2}{I_b \hbar\omega_b} \right\} \right] \left| \frac{\partial(J_{w_x}, J_{b_x}, J_{w_y}, J_{b_y}}{\partial(J_{1x}, J_{2x}, J_{1y}, J_{2y})} \right| =$$

$$= \frac{1}{\pi^2 I_w \hbar\omega_w I_b \hbar\omega_b} \exp\left[\begin{array}{l} -\frac{1}{I_w \hbar\omega_w} \left\{ (J_{1x} + J_{2x})^2 + (J_{1y} + J_{2y})^2 \right\} - \\ -\frac{1}{I_b \hbar\omega_b (I_1 + I_2)^2} \left\{ (I_2 J_{1x} - I_1 J_{2x})^2 + (I_2 J_{1y} - I_1 J_{2y})^2 \right\} \end{array} \right].$$

Спиновое распределение фрагментов двойного деления

$$P(J_1, J_2, \varphi) = \frac{2\,J_1 J_2}{\pi I_w \hbar\omega_w I_b \hbar\omega_b} \exp\left[\begin{array}{c} -J_1^2(\alpha I_2^2 + \beta) - J_2^2(\alpha I_1^2 + \beta) + \\ + 2J_1 J_2 \cos\varphi(\alpha J_1 J_2 - \beta) \end{array}\right],$$

$$\alpha = \frac{1}{I_b \hbar\omega_b \,(I_1 + I_2)^2}, \beta = \frac{1}{I_w \hbar\omega_w}$$

$$P(J_i) = \frac{2J_i}{d_i} \exp\left[-\frac{J_i^2}{d_i}\right]$$

$$d_i = \frac{I_i^2 I_w \hbar\omega_w}{(I_1 + I_2)^2} + I_b \hbar\omega_b$$

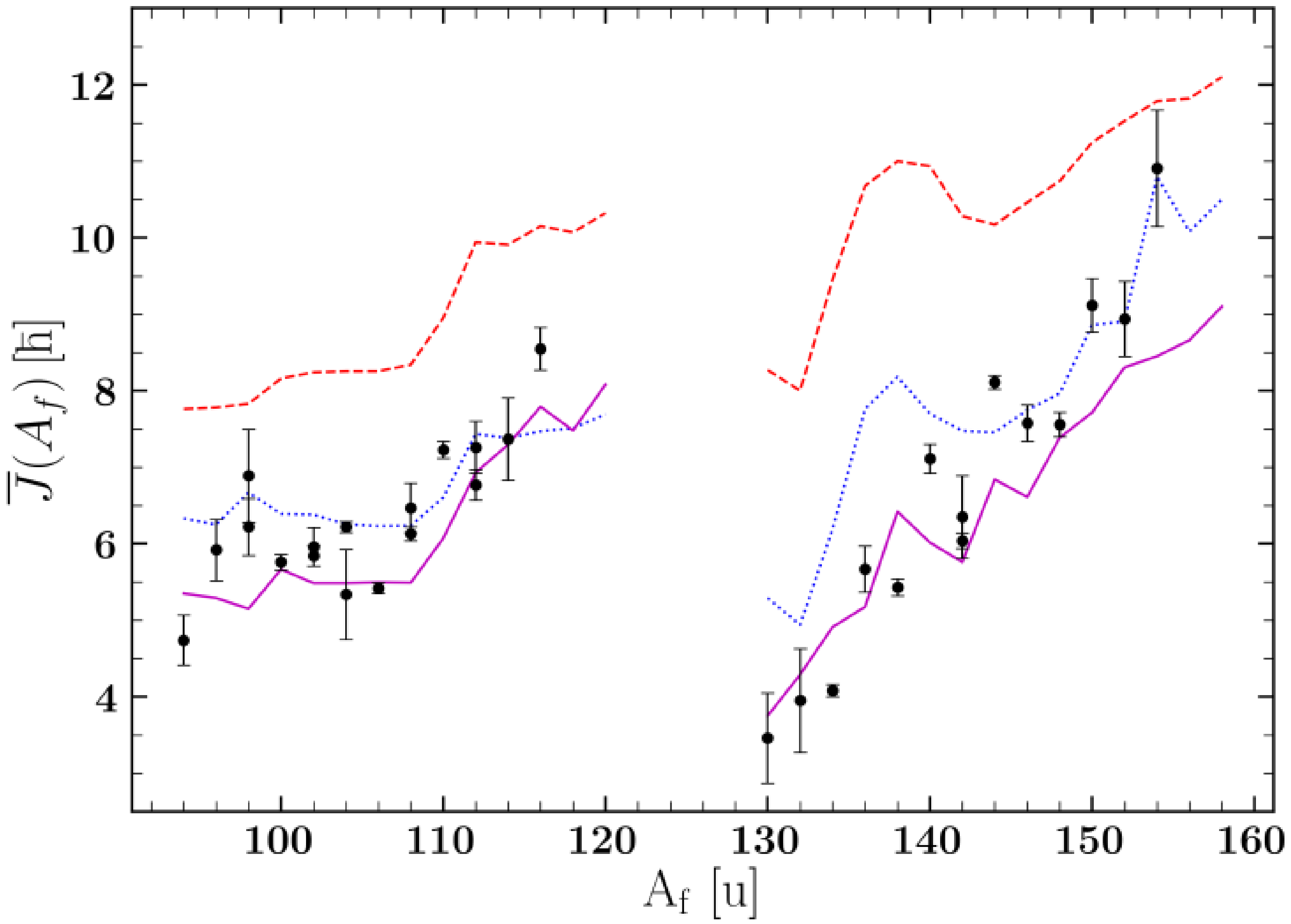
Спиновое распределение фрагментов двойного деления

$$\overline{J}_i = \int_0^{\infty} P(J_i)\, J_i\, d J_i = \int_0^{\infty} \frac{2J_i^2}{d_i} \exp\left[-\frac{J_i^2}{d_i}\right] d J_i = \frac{1}{2}\sqrt{\pi d_i}$$

S. G. Kadmensky et al., Phys. At. Nucl. 87, 359 (2024).

D.E. Lyubashevsky et al., arXiv preprint arXiv:2412.04410 (2024).

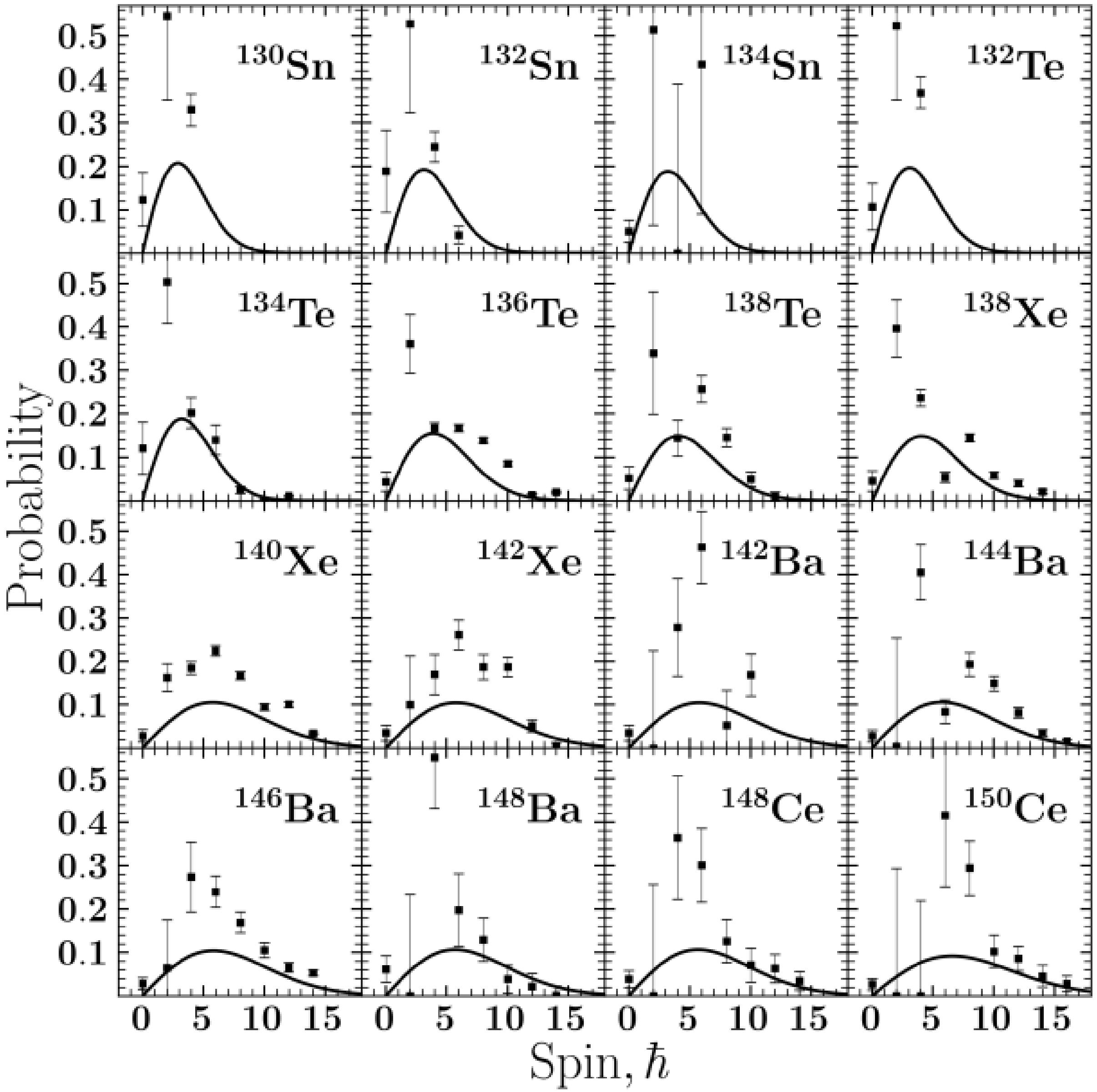
Подходы к вычислению моментов инерции ядер



Средний спин ФД как функция их массы для спонтанного деления 252Cf, полученный с использованием трех оценок моментов инерции. В сверхтекучем приближении он обозначен красной пунктирной линией в случае осциллирующего потенциала и синей пунктирной линией в случае прямоугольного потенциала, в случае гидродинамической модели - пурпурной линией. Экспериментальные точки взяты из [1].

[1] J. Wilson, D. Thisse, M. Lebois, and et al., Nature 590, 566 (2021).
[2] D. E. Lyubashevsky et al., Chin. Phys. C 49, 044104 (2025).

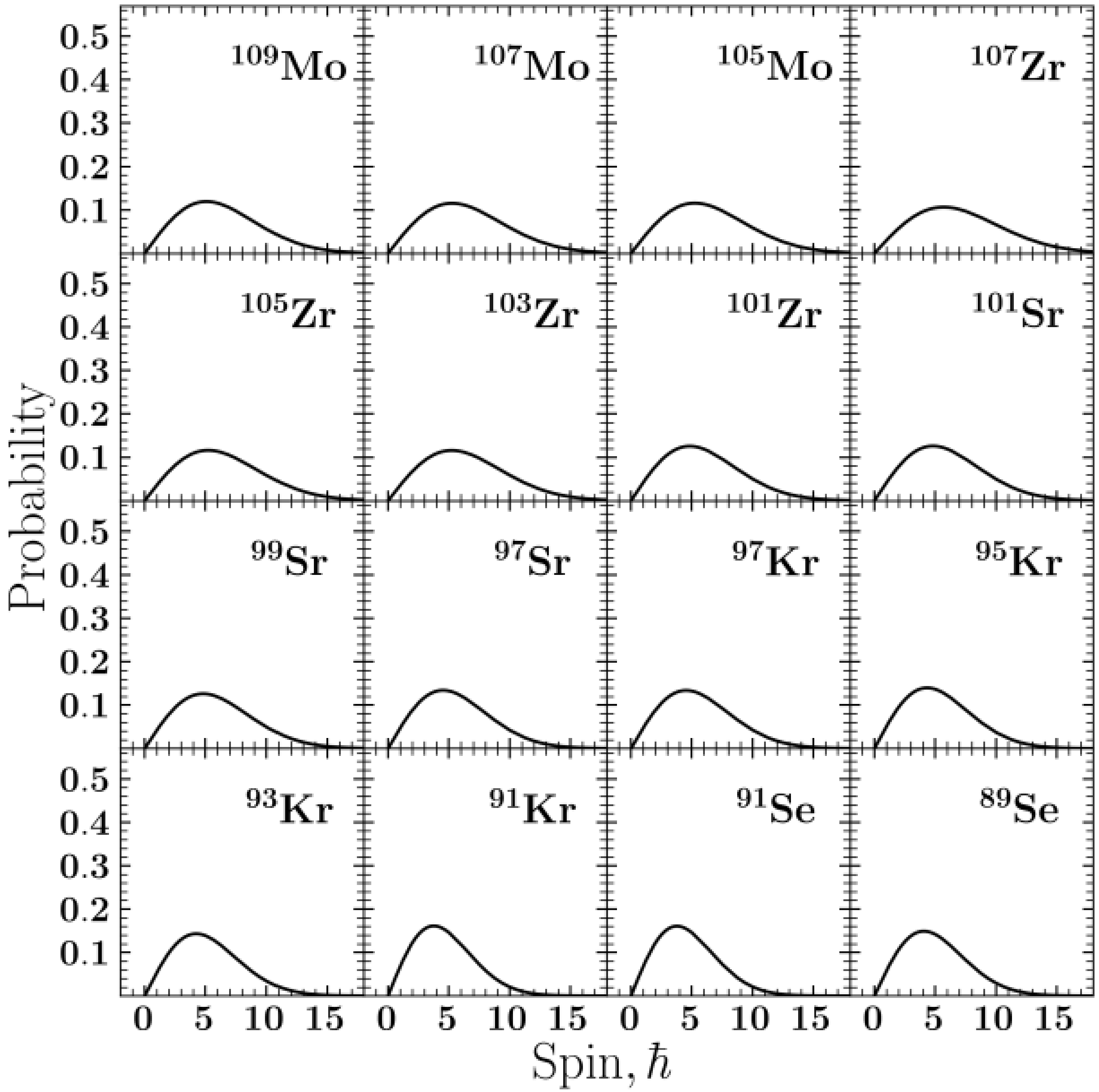
Спиновое распределение фрагментов двойного деления



Сравнение спиновых распределений ВФД, найденных в работе [18] (черные квадраты с погрешностью), и рассчитанных (черная сплошная линия) распределения тяжелых ПФД 238U(n, f)

J. Wilson, D. Thisse, M. Lebois, N. Jovanˇcevi´c, D. Gjestvang, R. Canavan, M. Rudigier, D. Etasse, R.-B. ´ Gerst, L. Gaudefroy, and et al., Nature 590, 566 (2021).

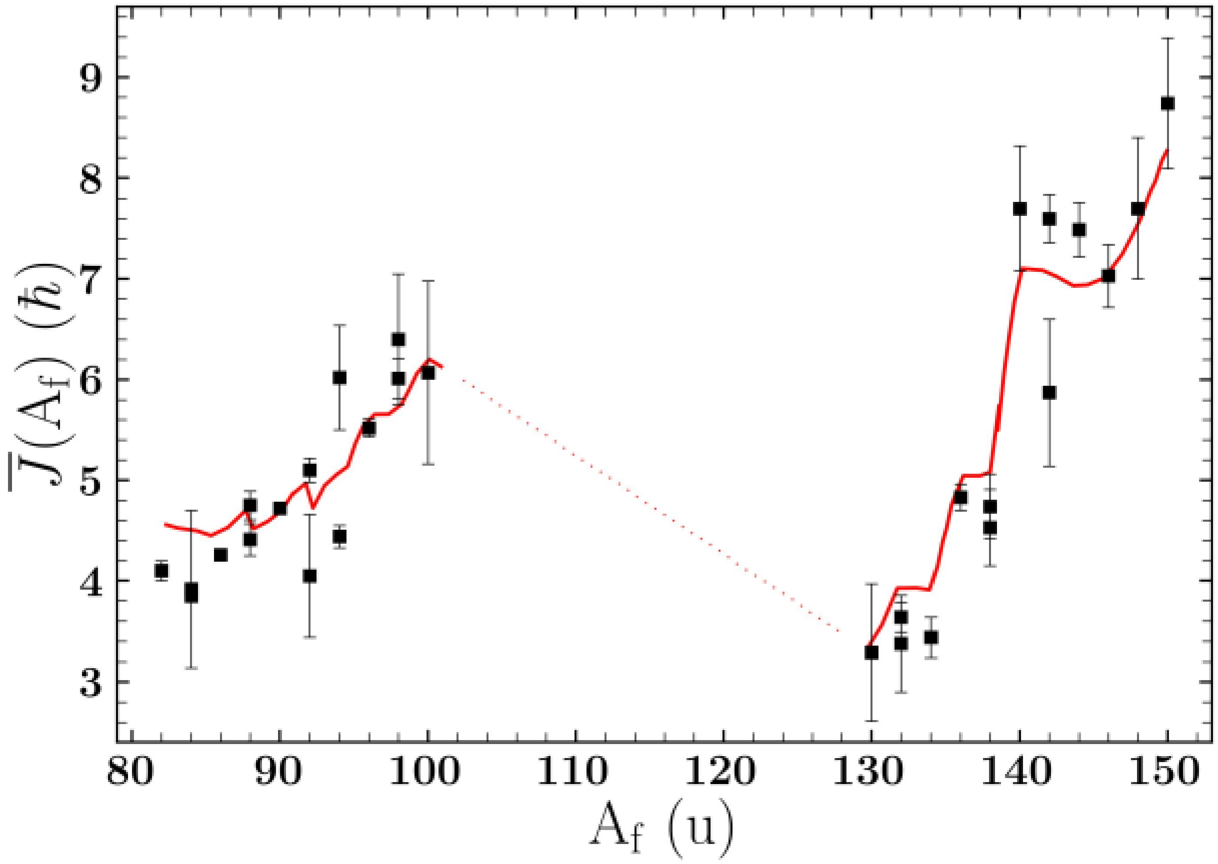
Спиновое распределение фрагментов двойного деления



Распределения легких ПФД 238U(n, f), рассчитанных по (12) (черная сплошная линия)

J. Wilson, D. Thisse, M. Lebois, N. Jovanˇcevi´c, D. Gjestvang, R. Canavan, M. Rudigier, D. Etasse, R.-B. ´ Gerst, L. Gaudefroy, and et al., Nature 590, 566 (2021).

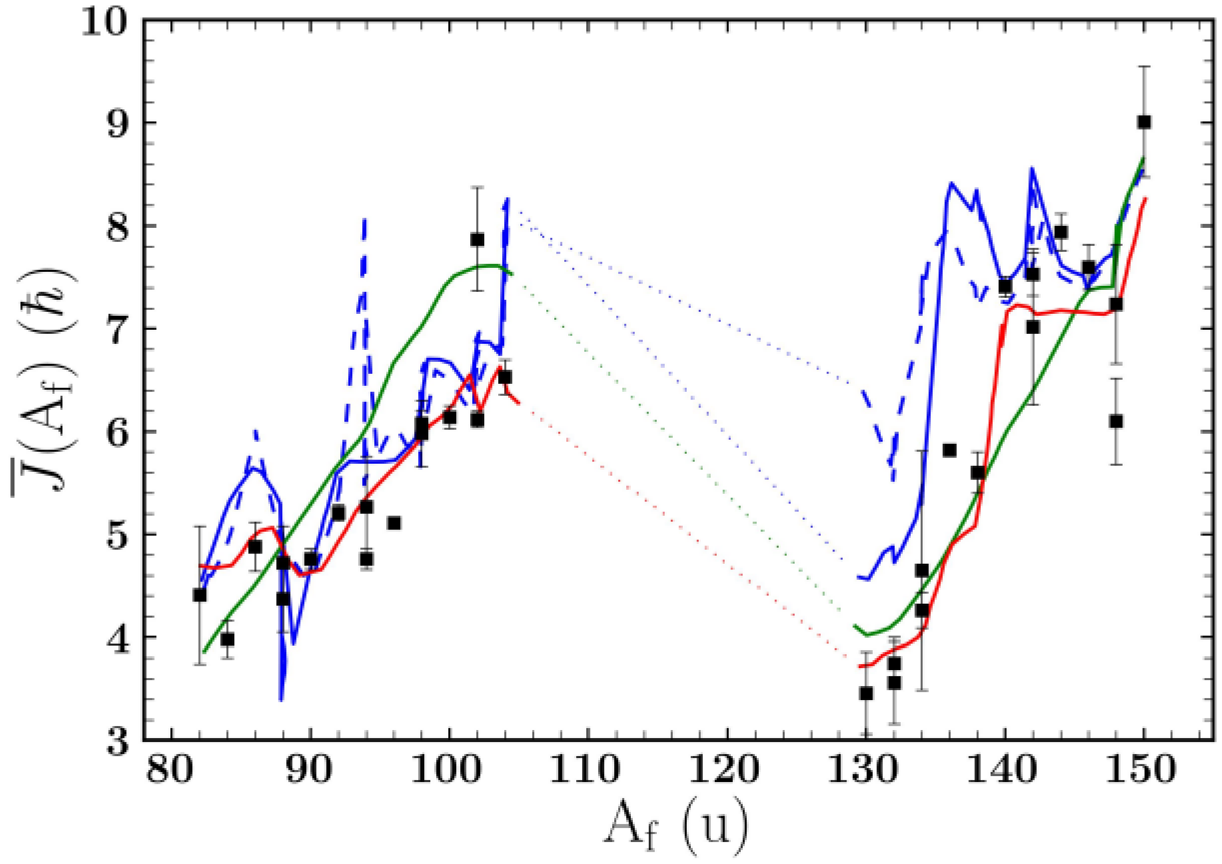
Спиновое распределение фрагментов двойного деления



Сравнение экспериментальных спинов осколков деления [1] (черные квадраты с ошибками) и расчетных значений (красная пунктирная линия) для 238Th(n, f)

J. Wilson, D. Thisse, M. Lebois, N. Jovanˇcevi´c, D. Gjestvang, R. Canavan, M. Rudigier, D. Etasse, R.-B. ´ Gerst, L. Gaudefroy, and et al., Nature 590, 566 (2021)

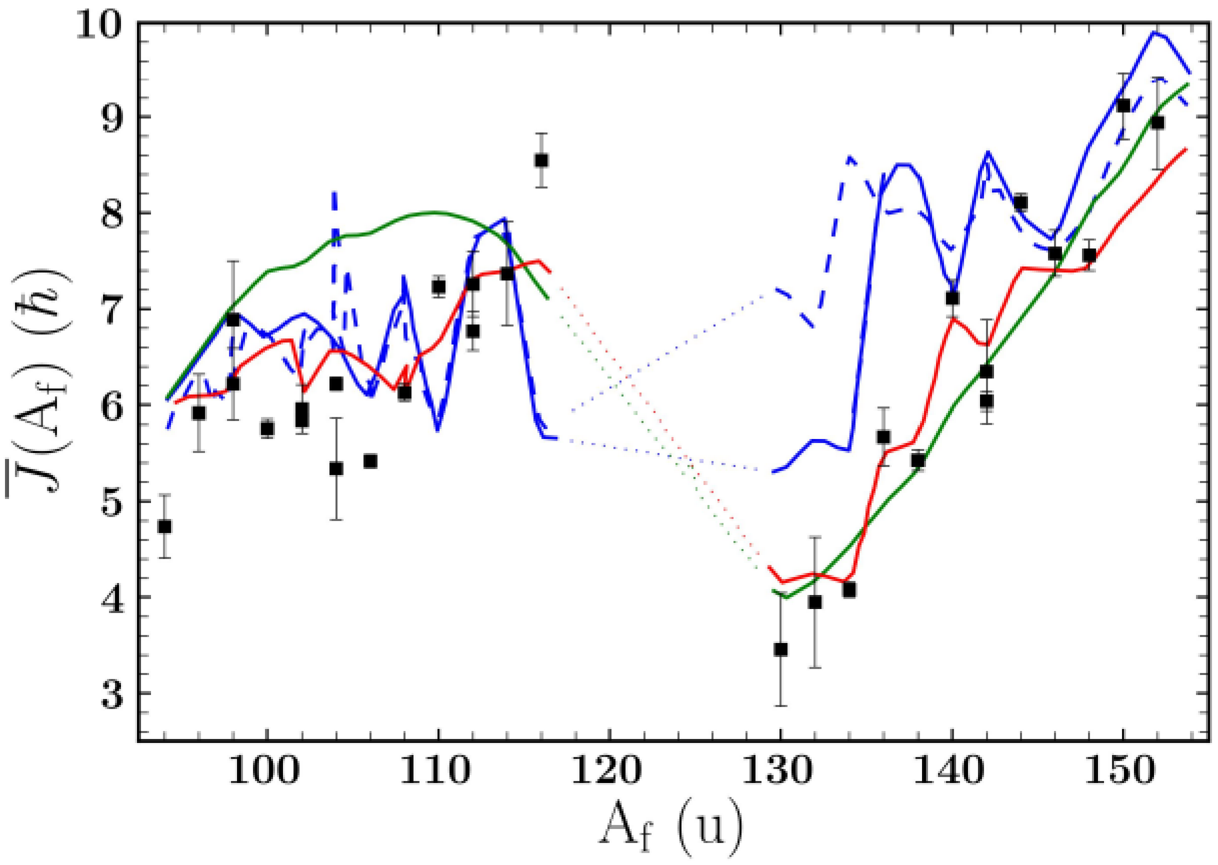
Спиновое распределение фрагментов двойного деления



Сравнение экспериментальных спинов фрагментов (черные квадраты с ошибками), расчетных значений (красная пунктирная линия) и значений, полученных теоретическими группами: полученными Дж. Рэндрупом (зеленая сплошная линия) и полученные А. Булгаком (бирюзовая сплошная линия - модель CGMF и фиолетовая сплошная линия - модель CGMF, учитывающая только 2+ → 0+ переходы) для 238U(n, f)

J. Wilson, D. Thisse, M. Lebois, N. Jovanˇcevi´c, D. Gjestvang, R. Canavan, M. Rudigier, D. Etasse, R.-B. ´ Gerst, L. Gaudefroy, and et al., Nature 590, 566 (2021).

Спиновое распределение фрагментов двойного деления



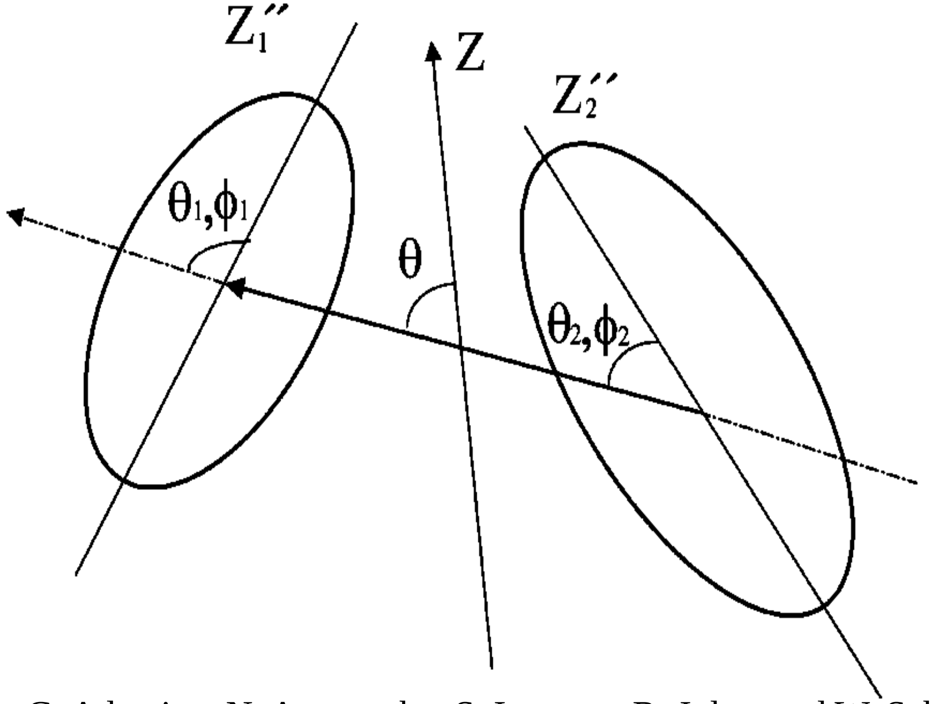
Сравнение фрагментов экспериментальных спинов (черные квадраты с ошибками), расчетных значений (красная пунктирная линия) и значений, полученных теоретическими группами: полученных Дж. Рандрупом (зеленая сплошная линия) и полученных А. Булгаком (бирюзовая сплошная линия - CGMF модель и фиолетовая сплошная линия - TDDFT модель, учитывающая только 2+ → 0+ переходы) для 252Cf(sf)

J. Wilson, D. Thisse, M. Lebois, N. Jovanˇcevi´c, D. Gjestvang, R. Canavan, M. Rudigier, D. Etasse, R.-B. ´ Gerst, L. Gaudefroy, and et al., Nature 590, 566 (2021).

Аксиально-симметричные СДС

$$R = R_m \approx R_1\left(1-\frac{\beta_1^2}{4\pi}+\sqrt{\frac{5}{4\pi}}\beta_1\right)+R_2\left(1-\frac{\beta_2^2}{4\pi}+\sqrt{\frac{5}{4\pi}}\beta_2\right)+d$$

$$U(R,\beta_i,\ \Omega_i)=U_C(R,\beta_i,\Omega_i)+U_N(R,\beta_i,\Omega_i).$$



Схематическое изображение и определения различных координат конфигурации СДС.

T. Shneidman, G. Adamian, N. Antonenko, S. Ivanova, R. Jolos, and W. Scheid, Phys. Rev. C 65, 064302 (2002); G. G. Adamian et al., Int. J. Mod. Phys. E 5, 191 (1996)

Аксиально-симметричные СДС

$$\frac{\tilde{R}_2}{\tilde{R}_1} \approx \frac{\sin|\pi - \theta_1|}{\sin|\theta_2|}$$

$$\tilde{R}_i = R_{0i}\left(1 - \frac{\beta_i^2}{4\pi} + \sqrt{\frac{5}{4\pi}}\beta_i\right)$$

$$R_{0i} = r_0 A^{1/3}$$

G. G. Adamian, N.V.Antonenko, R. V. Jolos, Yu.V.Palchikov, T.M.Shneidman, W.Scheid Physics of Atomic Nuclei, 2007, Vol. 70, No. 8, pp. 1350–1356
P. O. Hess и W. Greiner, Nuovo Cimento A 83, 76 (1984); P. O. Hess, W. Greiner и W. T. Pinkston, Phys. Rev. Lett. 53, 1535 (1984)
T. Shneidman, G. Adamian, N. Antonenko, S. Ivanova, R. Jolos, and W. Scheid, Phys. Rev. C 65, 064302 (2002); G. G. Adamian et al., Int. J. Mod. Phys. E 5, 191 (1996)

Аксиально-симметричные СДС

$$\tilde{R}_1(\pi - \theta_1) = -\tilde{R}_2\theta_2$$

$$\epsilon = \pi - \theta_1$$

$$H = T_{\mathrm{rot}} + T_\epsilon + U_\epsilon$$

$$T_\epsilon = -\frac{\hbar^2}{2J_\epsilon}\frac{1}{\epsilon}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\epsilon}\left(\epsilon\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\epsilon}\right)$$

G. G. Adamian, N.V.Antonenko, R. V. Jolos, Yu.V.Palchikov, T.M.Shneidman, W.Scheid Physics of Atomic Nuclei, 2007, Vol. 70, No. 8, pp. 1350–1356
P. O. Hess и W. Greiner, Nuovo Cimento A 83, 76 (1984); P. O. Hess, W. Greiner и W. T. Pinkston, Phys. Rev. Lett. 53, 1535 (1984)
T. Shneidman, G. Adamian, N. Antonenko, S. Ivanova, R. Jolos, and W. Scheid, Phys. Rev. C 65, 064302 (2002); G. G. Adamian et al., Int. J. Mod. Phys. E 5, 191 (1996)

Аксиально-симметричные СДС

$$I_b = \mu R^2 I_H / (\mu R^2 + I_H)$$

$$\theta = \frac{J_1 \tilde{R}_2 - J_2 \tilde{R}_1}{\tilde{R}_2 \left(\mu R_m^2 + J_1 + J_2\right)} \epsilon$$

$$U_\epsilon = \frac{1}{2} C_{11} \left(\pi - \theta_1\right)^2 + C_{12} \left(\pi - \theta_1\right) \theta_2 + \frac{1}{2} C_{22} \theta_2^2$$

G. G. Adamian, N.V.Antonenko, R. V. Jolos, Yu.V.Palchikov, T.M.Shneidman, W.Scheid Physics of Atomic Nuclei, 2007, Vol. 70, No. 8, pp. 1350–1356
P. O. Hess и W. Greiner, Nuovo Cimento A 83, 76 (1984); P. O. Hess, W. Greiner и W. T. Pinkston, Phys. Rev. Lett. 53, 1535 (1984)
T. Shneidman, G. Adamian, N. Antonenko, S. Ivanova, R. Jolos, and W. Scheid, Phys. Rev. C 65, 064302 (2002); G. G. Adamian et al., Int. J. Mod. Phys. E 5, 191 (1996)

Аксиально-симметричные СДС

$$U_\epsilon = \frac{1}{2} C_\epsilon \epsilon^2 \qquad\qquad C_b = C_{11} + 2\left(\frac{\widetilde{R_1}}{\widetilde{R_2}}\right) C_{12} + \left(\frac{\tilde{R}_1}{\widetilde{R_2}}\right)^2 C_{22}$$

Уравнение Шредингера для bending – колебаний:

$$-\frac{\hbar^2}{2J_\epsilon}\frac{1}{\epsilon}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\epsilon}\left(\epsilon\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\epsilon}\right)\psi_n + \frac{1}{2}C_\epsilon \epsilon^2 \psi_n = E_n \psi_n$$

Его решения:

$$\Psi\left(J_{b_x}, J_{b_y}\right) \equiv \Psi\left(J_{b_x}\right)\Psi\left(J_{b_y}\right) = \frac{1}{\pi I_b \hbar\omega_b}\exp\left[-\frac{J_{b_x}^2 + J_{b_y}^2}{I_b \hbar\omega_b}\right],$$

$$E_b = \hbar w_b\left(2n+1\right),\ \ n = 0,1,2,... \qquad\qquad w_b = \sqrt{C_b / I_b}$$

Аксиально-симметричные СДС

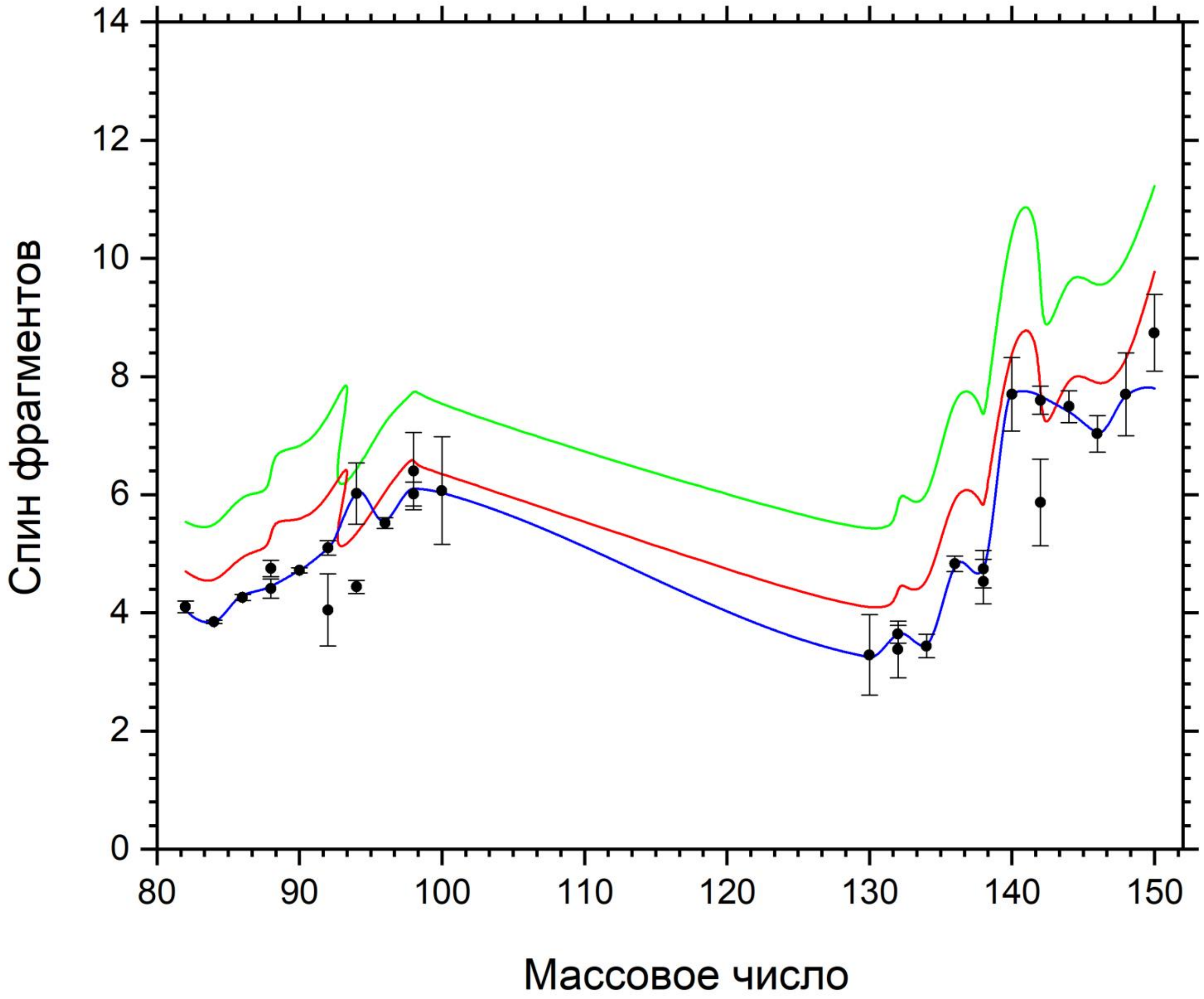
$$C_w = C_{11} - 2\frac{R_1}{R_2}C_{12} + \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 C_{22}$$

$$\Psi\left(J_{w_x}, J_{w_y}\right) \equiv \Psi\left(J_{w_x}\right)\Psi\left(J_{w_y}\right) = \frac{1}{\pi I_w \hbar\omega_w}\exp\left[-\frac{J_{w_x}^2 + J_{w_y}^2}{I_w \hbar\omega_w}\right],$$

$$E_w = \hbar w_w\left(2n+1\right), \;\; n = 0,1,2,...$$

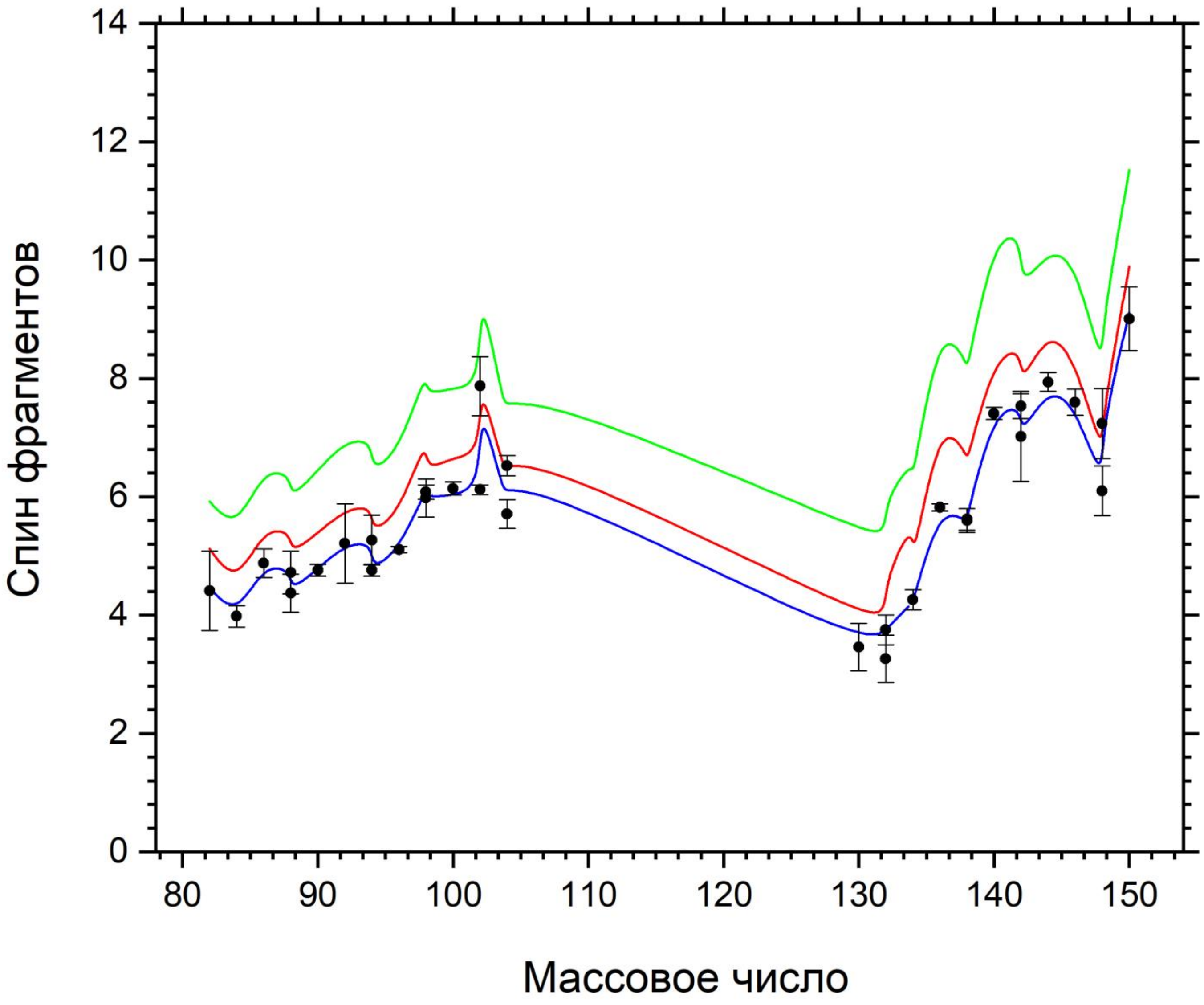
$$w_w = \sqrt{C_w / I_w}$$

J. Nix и W. Swiatecki, Nucl. Phys. A 71, 1 (1965)
J. Randrup and R. Vogt, Phys. Rev. Lett. 127, 062502 (2021). R. Vogt and J. Randrup, Phys. Rev. C 103, 014610 (2021). J. Randrup, T. Døssing, and R. Vogt, Phys. Rev. C 106, 014609 (2022).



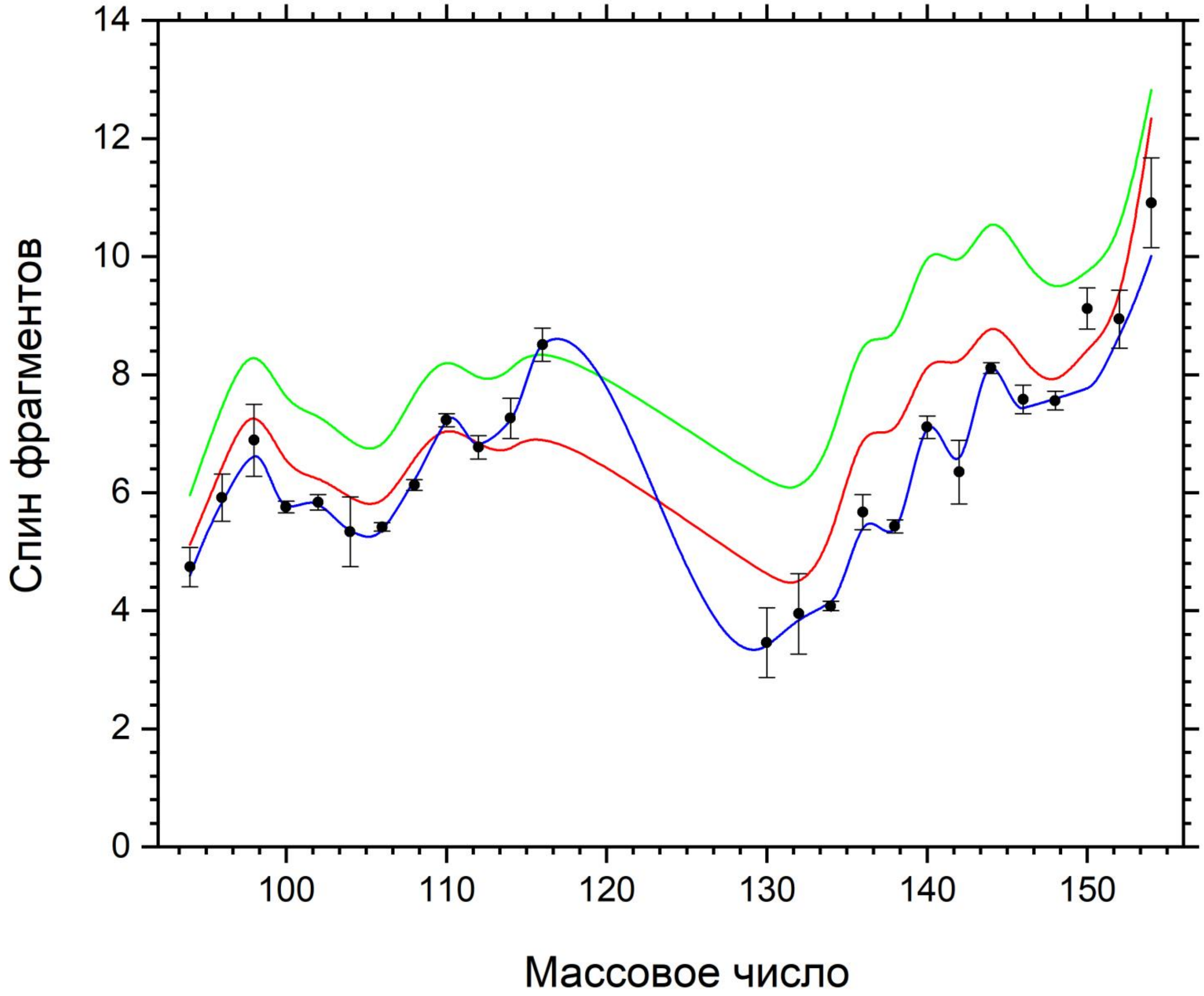
Зависимость спина фрагментов деления 233Th от массового числа. Синий график соответствует гидродинамической модели, красный – прямоугольному потенциалу, синий – гидродинамическому. Черные кружки соответствуют экспериментальным данным.

Wilson, J.N., Thisse, D., Lebois, M. *et al*. Angular momentum generation in nuclear fission. *Nature* **590**, 566–570 (2021).



Зависимость спина фрагментов деления 239U от массового числа. Синий график соответствует гидродинамической модели, красный – прямоугольному потенциалу, синий – гидродинамическому. Черные кружки соответствуют экспериментальным данным.

Wilson, J.N., Thisse, D., Lebois, M. *et al.* Angular momentum generation in nuclear fission. *Nature* **590**, 566–570 (2021).



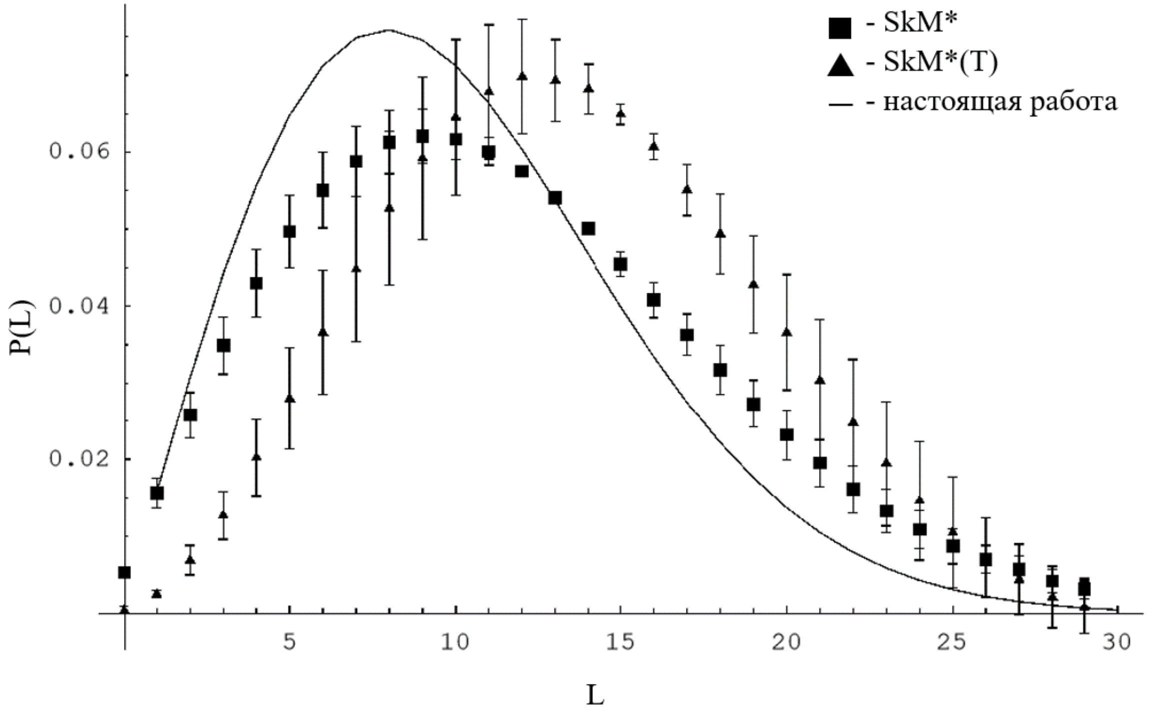
Зависимость спина фрагментов деления 252Cf от массового числа. Синий график соответствует гидродинамической модели, красный – прямоугольному потенциалу, синий – гидродинамическому. Черные кружки соответствуют экспериментальным данным.

Wilson, J.N., Thisse, D., Lebois, M. *et al.* Angular momentum generation in nuclear fission. *Nature* **590**, 566–570 (2021).

Орбитальный момент фрагментов двойного деления

$$P(L)=\int_0^{\pi}\frac{L}{\pi I_w\hbar\omega_w}\exp\left[-\frac{L^2}{I_w\hbar\omega_w}\right]d\varphi_L=\frac{2L}{I_w\hbar\omega_w}\exp\left[-\frac{L^2}{I_w\hbar\omega_w}\right].$$

$$\bar{L}=\int_0^{\infty}\frac{2L^2}{I_w\hbar\omega_w}\exp\left[-\frac{L^2}{I_w\hbar\omega_w}\right]dL=\frac{\sqrt{I_w\hbar\omega_w\pi}}{2}.$$



Сравнение распределения орбитального момента фрагментов двойного деления ядер, рассчитанного по формуле (5) (сплошная линия) с аналогичными значениями, полученным с учетом функционала плотности ядерной материи (NEDF), SkM в случае ядра 252Cf

Bulgac A., SnAbdurrahman SnI., Godbey K., and SnplaceStetcu SnI. // Phys. Rev. Lett. 2022. **128**, 022501

Корреляционный момент и коэффициент корреляции

$$\mu_{J_1J_2} = \int_0^\infty\int_0^\infty \left(J_1 - \langle J_1\rangle\right)\left(J_2 - \langle J_2\rangle\right)\times P\left(J_1, J_2\right) dJ_1 dJ_2,$$

$$\int_0^\infty e^{x\cos\varphi} d\varphi = \pi \tilde{j}_0\left(t\right) = \pi j\left(it\right) = \pi \sum_{k=0}^\infty \frac{x^{2k}}{\left(2^k k!\right)^2},$$

$$P\left(J_1, J_2\right) = \frac{2J_1J_2}{C_w C_b}\sum_{n=0}^\infty \left[\frac{J_1J_2}{n!}\left(\alpha I_1 I_2 - \beta\right)^n\right]^2 \times \left[-J_1^2\left(\alpha I_2^2 + \beta\right) - J_2^2\left(\alpha I_1^2 + \beta\right)\right].$$

$$c_{J_1J_2}\left(A_1, A_2\right) = \frac{\mu J_1 J_2}{\sigma_{J_1}\sigma_{J_2}},$$

$$\sigma_{J_i} = \sqrt{\left\langle J_i^2\right\rangle - \left\langle J_i\right\rangle^2}$$

$$\tilde{c}_{J_1J_2} = \frac{\sum c_{J_1J_2}\left(A_1, A_2\right) Y\left(A_1, A_2\right)}{\sum Y\left(A_1, A_2\right)},$$

D.E. Lyubashevsky et al., arxiv.org/abs/2412.04411 (2024).

Корреляционный момент и коэффициент корреляции

Fragment	^{232}Th (n, f)		^{238}U (n, f)		^{252}Cf (sf)	
	$c_{J_1J_2}$	$Y(A_f)$	$c_{J_1J_2}$	$Y(A_f)$	$c_{J_1J_2}$	$Y(A_f)$
^{82}Ge	0.203	0.64	0.207	0.12		
^{84}Ge	0.196	0.32				
^{84}Se	0.198	1.09	0.202	0.17		
^{86}Se	0.085	4.68	0.121	0.84		
^{88}Se	0.042	2.21	0.064	0.54		
^{88}Kr	0.114	0.85	0.133	0.37		
^{90}Kr	0.027	5.34	0.017	1.85		
^{92}Kr	0.012	3.92	0.005	2.50		
^{94}Kr	0.001	0.60				
^{92}Sr	0.062	0.20	0.006	0.73		
^{94}Sr	0.007	2.04	0.006	1.51	0.055	0.55
^{96}Sr	0.020	3.54	0.002	4.13	0.018	0.89
^{98}Sr	0.019	1.32	0	2.27	0.015	0.37
^{98}Zr	0.020	0.37	0	0.49	0.014	0.59
^{100}Zr	0.047	0.88	0.016	3.30	0.001	2.06
^{102}Zr			0.033	4.09	0	1.45
^{104}Zr			0.037	1.01	0.002	0.22
^{102}Mo			0.025	0.08	0.002	0.46
^{104}Mo			0.031	1.08	0.001	2.83
^{106}Mo					0.001	3.47
^{108}Mo					0	0.67
^{108}Ru					0	1.98
^{110}Ru					0.011	3.62
^{112}Ru					0.014	0.94
^{114}Pd					0.035	1.82
^{116}Pd					0.038	0.82
^{130}Sn	0.031	0.84	0.028	1.65	0.050	0.36
^{132}Sn	0.023	1.54	0.027	1.88	0.037	0.14
^{134}Sn			0.026	0.18		
^{132}Te	0.008	0.35	0.029	0.47		
^{134}Te	0.023	3.11	0.024	3.95	0.059	2.35
^{136}Te	0.006	3.44	0.013	3.53	0.050	0.91
^{138}Te	0.005	0.76	0.007	0.55	0.047	3.63
^{138}Xe	0.006	2.08	0.007	2.04	0.026	2.55
^{140}Xe	0.011	5.73	0.004	4.04	0.023	0.37
^{142}Xe	0.014	2.25	0.009	1.53	0.019	2.70
^{142}Ba	0.014	0.64	0.011	0.69	0.001	3.37
^{144}Ba	0.035	4.49	0.012	2.46	0	0.98
^{146}Ba	0.040	2.76	0.014	1.98		
^{148}Ba			0.035	0.25		
^{148}Ce	0.056	0.56	0.036	0.75	0	2.35
^{150}Ce	0.079	0.41	0.067	0.86	0.004	0.94
^{152}Nd					0.009	0.83
^{154}Nd					0.020	0.42
$\bar{c}_{J_1J_2}$	0.034		0.020		0.017	

Коэффициенты $C_{J_1J_2}$ и $\tilde{c}_{J_1J_2}$, а также выходы $Y(A_f)$ для изученных реакций

D.E. Lyubashevsky et al., arxiv.org/abs/2412.04411 (2024).

Корреляционный момент и коэффициент корреляции

$$c(S_L, S_H) = \frac{\sigma(S_L, S_H)}{\sigma(S_L)\sigma(S_H)},$$

$$c(S_L, S_H) = \frac{\langle S_L \cdot S_H \rangle - \langle S_L \rangle \langle S_H \rangle}{\sigma_L \sigma_H} = -\sqrt{\frac{I_L I_H}{(I_R + I_L)(I_R + I_H)}},$$

	^{235}U (n, f)	^{238}U (n, f)	^{239}Pu (n, f)	^{252}Cf (sf)
$\langle S_L \rangle$	4.27	4.43	4.58	5.08
$\langle S_H \rangle$	5.66	5.80	5.93	6.33
$c(S_L, S_H)$	0.002	0.002	0.001	0.001

Средние значения первичных спинов фрагментов деления $\langle S_L \rangle$ и $\langle S_H \rangle$ и соответствующие коэффициенты корреляции $c(s_L, s_H)$

J. Randrup and R. Vogt, Phys. Rev. Lett. 127, 062502 (2021).

Корреляционный момент и коэффициент корреляции

$$\bar{P}_{12}(\varphi) \approx 1 + \bar{f}_1 \cos\varphi$$

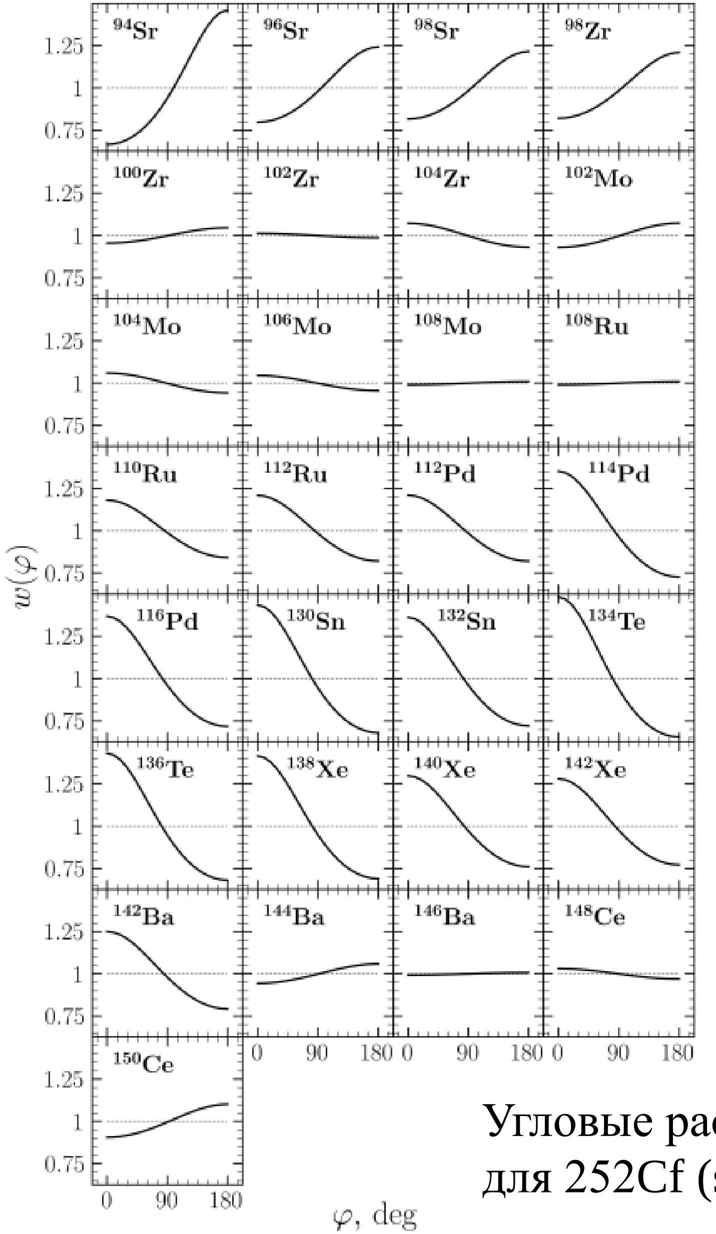
$$\tilde{f}_1 = -0.264$$

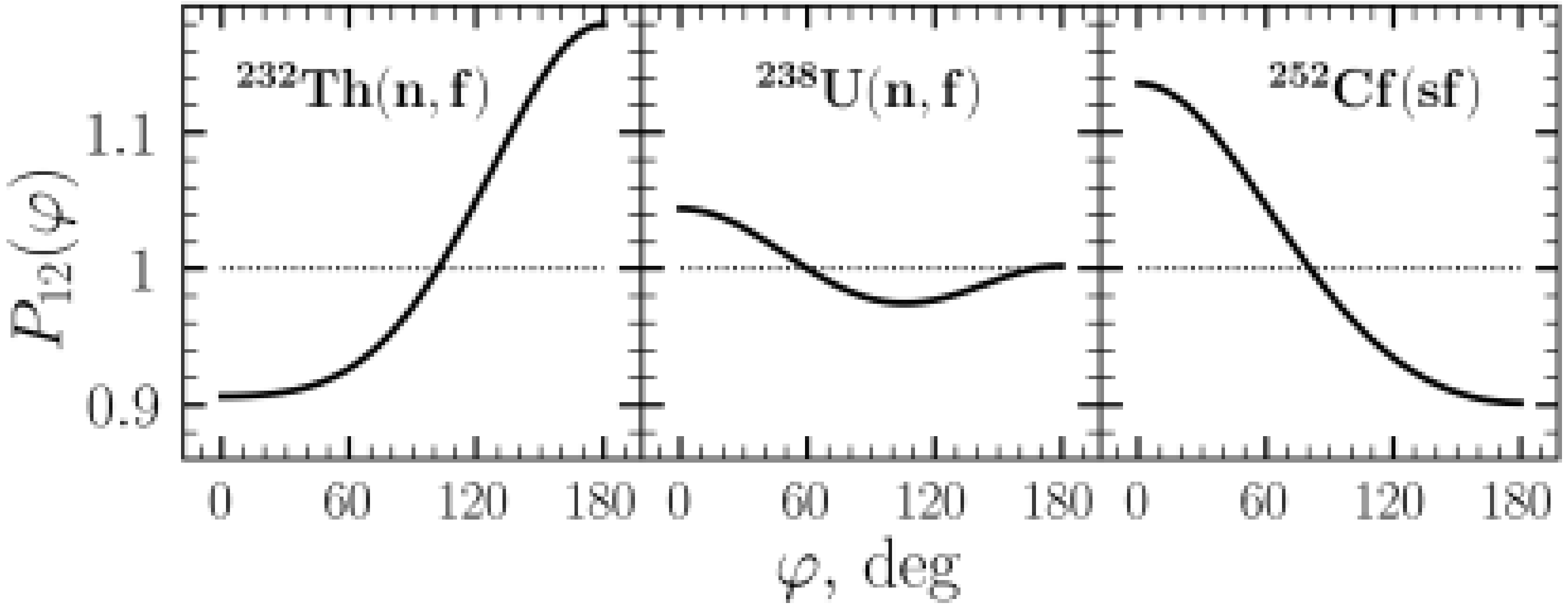
$$\tilde{P}_{12}(\varphi) \approx 1 + \tilde{f}_1 \cos\varphi + \tilde{f}_2 \cos 2\varphi$$

$$\tilde{f}_2 = 0.028$$

J. Randrup and R. Vogt, Phys. Rev. Lett. 127, 062502 (2021).

Корреляционный момент и коэффициент корреляции

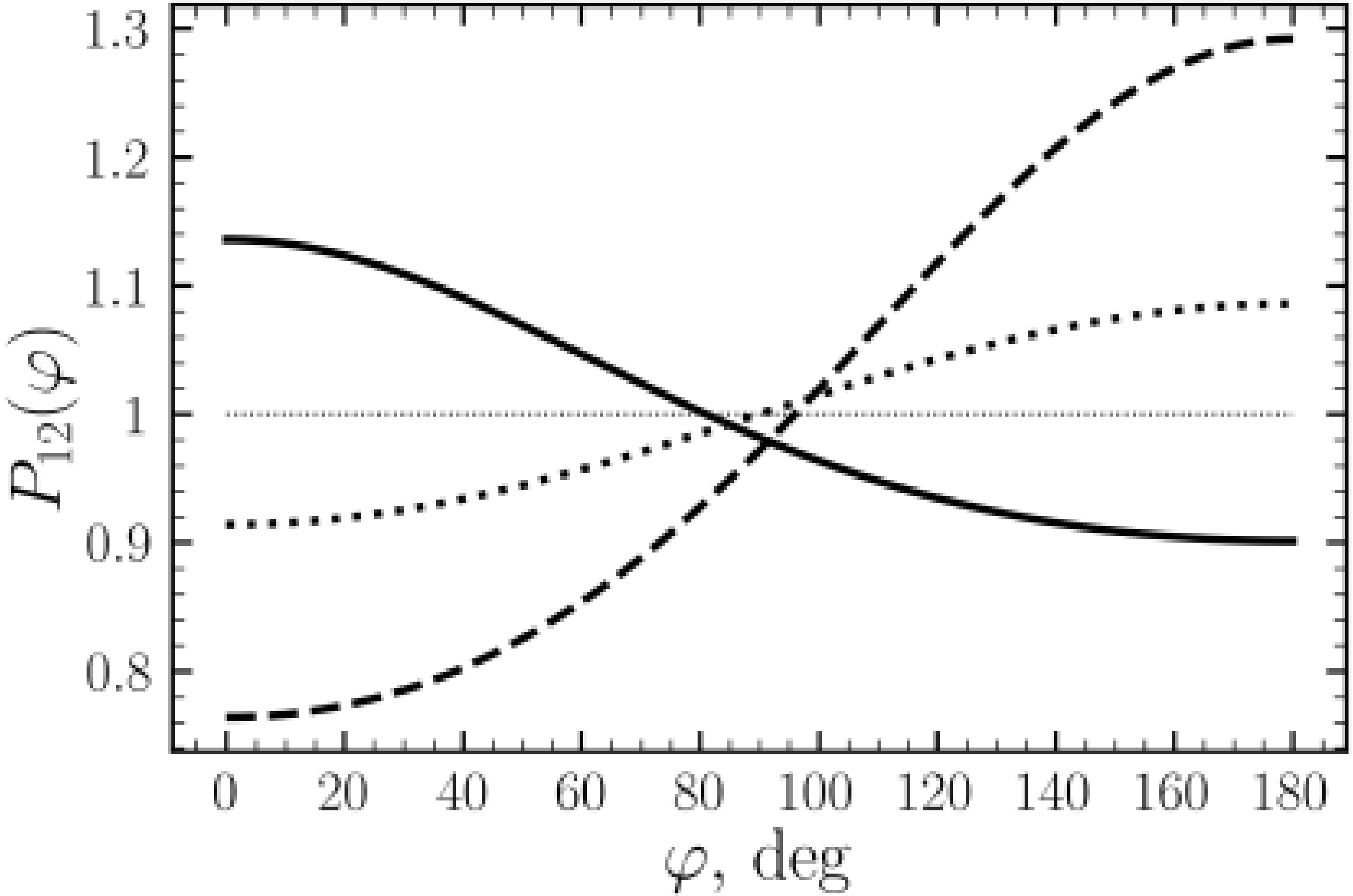




Полные угловые распределения для трех исследованных реакций

Угловые распределения фрагментов деления для 252Cf (sf)

Корреляционный момент и коэффициент корреляции



Сравнение зависимости спинового распределения от угла для отклика 252Cf (sf). Сплошная линия – результат настоящего исследования, короткие и длинные штриховые линии – первый и второй предельные случаи подхода Рэндрупа

J. Randrup and R. Vogt, Phys. Rev. Lett. 127, 062502 (2021). R. Vogt and J. Randrup, Phys. Rev. C 103, 014610 (2021). J. Randrup, T. Døssing, and R. Vogt, Phys. Rev. C 106, 014609 (2022).

Спасибо за внимание!