Сессия-конференция секции ядерной физики ОФН РАН посвящённая 70-летию В.А. Рубакова Москва, Президиум РАН 17-21 февраля 2025

Физика фундаментальных взаимодействий

## Динамика трёх тел в реакциях синтеза с кулоновским экранированием

Егоров Михаил Викторович (Томский государственный университет, ЛТФ ОИЯИ)

## Проблематика



- Есть проблема выбора данных и экстраполяции кривых в область где нет данных
- «Идеальный» вариант стратегии расчётного поиска сечений должен иметь структуру:
- 1. Высокоэнергетическая ядро-ядерная часть
- 2. Связывание упругих и термоядерных каналов
- 3. Корректный учёт кулоновского + + взаимодействия (в т.ч. в виде FSI, ISI)
- 4. Захват резонансного полюса на нефизической листе в рамках аналитического продолжения решаемых динамических уравнений.
- 5. Учёт кулоновского экранирования — и антиэкранирования + Последнее можно сделать либо приближённо, либо в рамках теории

взаимодействующих *N*-тел.



- Динамическая роль лептонов в низкоэнергетическом синтезе?
- Вклад мюонных атомов в рост сечений?

#### Зачем нужна теория?

- Эксперименты проблемные и дорогие
- Восстановить малочастичную динамику
- Оценить вклады экзотических процессов (лептонных и мезонных атомов)

#### Катализ термоядерных реакций:

- 1. Интенсификация сгорания топлива в гибридных μ<sup>-</sup>-катализированных циклах [Nature285(1980)466]
- 2. Быстрое зажигание в инерциальном синтезе пучком электронов ( $n_e^- = 10^{26}$  см<sup>-3</sup>)  $e^- \rightarrow \pi^- \rightarrow \mu^-$  в плотной плазме [Laser Part.Beams29(2011)39;PRE98(2018)053204]
- 3. Модулирующий интенсивность синтеза эффект лазерного излучения [PRC100(2019)041601(R);PRC104(2021)044614;PRC106(2022)064611]

Размер атома-мишени меньше

→Динамический рост сечений?



Coulomb sheets 0 0 RS2 0 0 0 0 0

Есть ли  $dt\mu^-$ ,  $dd\mu^-$  резонансы?

#### Цель

• Решение интегральных уравнений Фаддеева относительно развальной T —матрицы  $[M \ni B]^{-\frac{7}{2}}$  для задачи вида  $dty^{-} - n^{4}$ Не у<sup>-</sup> где у<sup>-</sup>  $\in [e^{-}, \mu^{-}]$  с феноменологической парной t —матрицей вида

$$t_{1}^{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} t_{1}^{y^{-}t \to y^{-}t} & 0\\ 0 & t_{1}^{y^{-4}\text{He} \to y^{-4}\text{He}} \end{pmatrix}, t_{2}^{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} t_{2}^{dt \to dt} & t_{2}^{dt \to n^{4}\text{He}}\\ t_{2}^{n^{4}\text{He} \to dt} & t_{2}^{n^{4}\text{He} \to n^{4}\text{He}} \end{pmatrix},$$
$$t_{3}^{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} t_{3}^{dy^{-} \to dy^{-}} & 0\\ 0 & t_{3}^{ny^{-} \to ny^{-}} \end{pmatrix}$$

 Создание и верификация инструмента численного поиска связанных и резонансных состояний системы трёх взаимодействующих тел с одновременным поиском сечений упругого рассеяния и реакций.

#### Результаты

- Параметризованы ядро-ядерные взаимодействия (феноменология)
- В двухпотенциальной манере учтены кулоновские взаимодействия
- Осуществлён поиск резонансных 2-х и 3-х тельных ядро-ядерных и ядро-атомных систем (найдено по 5 резонансов для dtµ<sup>-</sup>, ddµ<sup>-</sup> систем)
- Решена задача рассеяния ядра на связанной атомной системе с равноценным учётом кулоновского и короткодействующих взаимодействий.



#### Система парных взаимодействий

## Ядро-ядерные t

Полные сечения

 $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{E_d(W - E_d)E_f(W - E_f)}{(2\pi W)^2}\frac{p_f}{p_i}$ 

 $\sum \left| t(\vec{p}_f, \vec{p}_i) \right|^2$ 

Алгебраическая аппроксимация системы...

Короткодействующие dt, dd потенциалы одной формы

$$V(\vec{p}_f, \vec{p}_i) = \frac{V_R}{\mu_R^2 + p_f^2 + p_i^2 - 2p_f p_i y_{p_f p_i}}$$
$$y_{p_f p_i} = \cos(\theta_{p_i}) \cos(\theta_{p_f}) + \cos(\phi_f + \phi_i) \sin(\theta_{p_f}) \sin(\theta_{p_i}).$$

#### Выделяя полюс в G<sub>0</sub> резольвентах

$$v_{12}G_{0} \equiv (2\pi)^{-3} \int \frac{q^{2}dqd\Omega_{q}v_{12}(\vec{p},\vec{q})}{\frac{p^{2}}{2\mu_{dt}} - \frac{q^{2}}{2\mu_{n^{4}\text{He}}} + Q + i\varepsilon} = \frac{2\mu_{n^{4}\text{He}}}{(2\pi)^{3}} \int \frac{q^{2}dqd\Omega_{q}v_{12}(\vec{p},\vec{q})}{q_{0}^{2} - q^{2} + i\varepsilon} = \frac{2\mu_{n^{4}\text{He}}}{2} \int v_{12}(\vec{p},\vec{q}_{0})d\Omega_{q} \int \frac{(2j_{1}+1)(2j_{2}+1)}{(2j_{1}+1)(2j_{2}+1)} \int \frac{(2j_{1}+1)(2j_{2}+1)}{(2j_{1}+1)(2j_{2}+1)} \int \frac{(2j_{1}+1)(2j_{2}+1)}{(2m)^{3}} \int \frac{(2j_{1}+1)(2m)^{3}} \int \frac{(2j_{1}+1)(2m)}{(2m)^{3}} \int \frac{(2j_{1}+1)(2m)}{(2m)^{3}} \int \frac{(2j_{1}+1)(2m)}{(2m)^{3}} \int$$





ISI – взаимодействие в начальном состоянии:  $\int d^3 q T_{\text{Ядро-ядро}}(\vec{p}_f, \vec{q}) G_0(\vec{q}) T_{\text{Coul}}(\vec{q}, \vec{p}_i)$ 

7/15

Вводим экранированный потенциал:

#### Кулоновские t



Кулоновская  $T_C$ -не зависит от параметра экранирования C.

Продолжим уравнение ЛШ на нефизический Im(z) < 0 лист энергий (RS2). Если в RS1 у нас есть:

$$\Phi^+(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_0^\infty \frac{\phi(\zeta)d\zeta}{\zeta - z},$$

где  $\phi(\zeta)$  – удовлетворяет условию Гёльдера, то продолжением будет

 $\Phi^{-}(z) = \Phi^{+}(z) - \phi(z).$ После необходимых преобразований [Pisma Zh.Eksp.Ter.Fiz.33(1981)380] Получаем выражение для новых потенциалов

$$V^{-}(\vec{p}_{f}, \vec{p}_{i}) = V^{+}(\vec{p}_{f}, \vec{p}_{i}) + \frac{\frac{i\mu k}{4\pi^{2}}V^{+}(\vec{p}_{f}, \vec{k})V^{+}(\vec{k}, \vec{p}_{i})}{1 - \frac{i\mu k}{4\pi^{2}}V^{+}(\vec{k}, \vec{k})}$$

Решая ур.ЛШ с  $V^{-}(\vec{p}_{f}, \vec{p}_{i})$ Можно захватить виртуальные

состояния в RS2. RS1 bound RS2 virtual RS2 virtual

# Аналитические продолжения t

Резонансы на нефизическом листе:

$$\sqrt{2\mu z} \to p = \sqrt{2\mu} \left( E_R - \frac{i}{2}\Gamma \right) = \left[ (2\mu E_R)^2 + (\mu\Gamma)^2 \right]^{\frac{1}{4}} \exp\left(\frac{i}{2}\arctan\left(-\frac{\Gamma}{2E_R}\right) \right)$$

Для *dt* подсистемы с локальным потенциалом имеем полюса [в кэВ]:

| Данная<br>работа | Int.J.Mod.Phys.E28(201<br>9)1950064 | PRC44(1991)<br>1289 |
|------------------|-------------------------------------|---------------------|
| 10-i4            | 9.1-i.4.5                           |                     |
| 54-i47           | 50.2-i23.2                          | 47-i37.1            |
| 61-i43.5         | 62.1-i46.2                          |                     |

| Mo\/]  | Сист      | гема | Полюса [в кэВ] в RS2  |  |
|--|-----------|------|---|--|
| →<br>z) [MeV]  | dt        | μ-   | 1.5-i2.5·10 <sup>-3</sup> ,2.5-i5·10 <sup>-2</sup> ,5-i5·10 <sup>-3</sup> ,<br>6.5-i2.5·10 <sup>-3</sup> ,8.7-i5·10 <sup>-3</sup> |  |
|  | $dd\mu^-$ |      | 3.0-i5·10 <sup>-2</sup> ,6.5-i2.5·10 <sup>-2</sup> ,7-i2.5·10 <sup>-3</sup> ,<br>8-i5·10 <sup>-2</sup> ,9.5-i2.5·10 <sup>-3</sup> |  |
| и в реакциях синтеза ТГУ ЛТФ ОИЯИ: Михаил Егоров 10 20 9/1 |           |      |   |  |

#### Динамика 3-х тел

Исходная система уравнений Фаддеева

 $\Psi_k$ 

$$\begin{split} T_{1}(\vec{p},\vec{q}) &= \left(\vec{p}\left|t_{1}\right|\vec{q}_{0} + \frac{m_{2}}{m_{2} + m_{3}}\vec{q}\right) \left(-\frac{m_{1}}{m_{3} + m_{1}}\vec{q}_{0} - \vec{q}_{,}\vec{q}_{0}\right|\Psi\right)_{2} + \left(\vec{p}\left|t_{1}\right| - \vec{q}_{0} - \frac{m_{3}}{m_{2} + m_{3}}\vec{q}\right) \left(\frac{m_{1}}{m_{2} + m_{1}}\vec{q}_{0} + \vec{q}_{,}\vec{q}_{0}\right|\Psi\right)_{3} \\ &\int d^{3}q'' \left[\left\langle\vec{p}\left|t_{1}\right|\vec{q}'' + \frac{m_{2}}{m_{2} + m_{3}}\vec{q}\right\rangle \left(E - \frac{q^{2}}{2\mu_{23}} - \frac{qq''y_{qq''}}{m_{3}}\right)^{-1} T_{2}\left(-\frac{m_{1}}{m_{3} + m_{1}}\vec{q}'' - \vec{q}_{,}\vec{q}''\right) \\ &+ \left\langle\vec{p}\left|t_{1}\right| - \vec{q}'' - \frac{m_{3}}{m_{2} + m_{3}}\vec{q}\right\rangle \left(E - \frac{q^{2}}{2\mu_{12}} - \frac{q''^{2}}{2\mu_{23}} - \frac{qq''y_{qq''}}{m_{2}}\right)^{-1} T_{3}\left(\frac{m_{1}}{m_{2} + m_{1}}\vec{q}'' + \vec{q}_{,}\vec{q}''\right) \right]; \\ T_{2}(\vec{p},\vec{q}) &= \left(\vec{p}\left|t_{2}\right| - \vec{q}_{0} - \frac{m_{1}}{m_{1} + m_{3}}\vec{q}\right) \left(\frac{m_{2}}{m_{3} + m_{2}}\vec{q}_{0} + \vec{q}_{,}\vec{q}_{0}\right)|\Psi\right)_{2} + \left(\vec{p}\left|t_{2}\right|\vec{q}_{0} + \frac{m_{3}}{m_{1} + m_{3}}\vec{q}\right) \left(-\frac{m_{2}}{m_{2} + m_{1}}\vec{q}_{,} - \vec{q}_{,}\vec{q}''y_{qq''}}\right)^{-1} T_{4}\left(\frac{m_{2}}{m_{3} + m_{2}}\vec{q}'' + \vec{q}_{,}\vec{q}''\right) \\ &+ \left(\vec{p}\left|t_{2}\right|\vec{q}'' + \frac{m_{3}}{m_{1} + m_{3}}\vec{q}\right) \left(E - \frac{q^{2}}{2\mu_{23}} - \frac{q''^{2}}{2\mu_{31}} - \frac{qq''y_{qq''}}{m_{3}}}\right)^{-1} T_{3}\left(-\frac{m_{2}}{m_{2} + m_{1}}\vec{q}'' - \vec{q}_{,}\vec{q}''\right) \\ &+ \left(\vec{p}\left|t_{2}\right|\vec{q}'' + \frac{m_{3}}{m_{1} + m_{3}}\vec{q}\right) \left(E - \frac{q^{2}}{2\mu_{23}} - \frac{q''^{2}}{2\mu_{31}} - \frac{qq''y_{qq''}}{m_{3}}}\right)^{-1} T_{3}\left(-\frac{m_{2}}{m_{2} + m_{1}}\vec{q}'' - \vec{q}_{,}\vec{q}''\right) \\ &+ \left(\vec{p}\left|t_{2}\right|\vec{q}'' + \frac{m_{3}}{m_{1} + m_{3}}\vec{q}\right) \left(E - \frac{q^{2}}{2\mu_{23}} - \frac{q''^{2}}{2\mu_{31}} - \frac{qq''y_{qq''}}{m_{1}}}\right)^{-1} T_{3}\left(-\frac{m_{2}}{m_{2} + m_{1}}\vec{q}'' - \vec{q}_{,}\vec{q}''\right) \\ &+ \left(\vec{p}\left|t_{3}\right|\vec{q}_{0} + \frac{m_{1}}{m_{2} + m_{1}}\vec{q}\right) \left(E - \frac{q^{2}}{2\mu_{22}} - \frac{q''^{2}}{2\mu_{23}} - \frac{qq''y_{qq''}}{m_{1}}}\right)^{-1} T_{1}\left(-\frac{m_{3}}{m_{3} + m_{1}}\vec{q}_{0} + \vec{q}_{,}\vec{q}_{0}\right) \right|\Psi\right)_{2} \\ &+ \left(\vec{p}\left|t_{3}\right|\vec{q}'' + \frac{m_{1}}{m_{2} + m_{1}}\vec{q}\right) \left(E - \frac{q^{2}}{2\mu_{23}} - \frac{q''^{2}}{2\mu_{23}} - \frac{qq''y_{qq''}}{m_{1}}}\right)^{-1} T_{2}\left(\frac{m_{3}}{m_{3} + m_{1}}\vec{q}_{0} + \vec{q}_{,}\vec{q}_{0}\right) \right) \right|\Psi\right)_{2} \\ &+ \left(\vec{p}\left|t_{3}\right|\vec{q}'' + \frac{m_{3}}{m_{1} + m_{3}}\vec{q}_{0}\right) \left$$

 $t_k$  Ингредиенты: Волновые функции  $\Psi_k = \phi_k \cdot e^{i \vec{q}_0 \vec{r}},$ Парные t —матрицы.



Система уравнений Фаддеева учитывающая термоядерный канал

$$\begin{pmatrix} T_1^{11} \\ T_1^{21} \\ T_2^{11} \\ T_2^{21} \\ T_3^{21} \\ T_3^{21} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_1^{11}(\phi_2 + \phi_3) \\ t_1^{21}(\phi_2 + \phi_3) \\ t_2^{11}(\phi_3 + \phi_1) \\ t_2^{21}(\phi_3 + \phi_1) \\ t_3^{21}(\phi_1 + \phi_2) \\ t_3^{21}(\phi_1 + \phi_2) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & t_1^{11}R_0 & 0 & t_1^{12}R_0 \\ 0 & 0 & 0 & t_1^{22}R_0 & 0 & t_1^{22}R_0 \\ t_2^{12}R_0 & t_2^{22}R_0 & 0 & 0 & t_2^{21}R_0 & t_2^{22}R_0 \\ t_3^{11}R_0 & 0 & t_3^{11}R_0 & 0 & 0 \\ 0 & t_3^{22}R_0 & 0 & t_3^{22}R_0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_1^{11} \\ T_1^{21} \\ T_2^{21} \\ T_3^{21} \\ T_3^{21} \end{pmatrix}$$

Система решается итерациями, собирая [1/1], [2/2] Паде-аппроксиманты. Далее находятся операторы упругого рассеяния  $\hat{U}$  и развала  $\hat{U}_0$ 

$$\begin{split} \hat{U}\Psi_{1(23)} &= PR_{0}^{-1}\Psi_{1(23)} + PT_{1}\Psi_{1(23)} \\ \hat{U}_{0}\Psi_{1(23)} &= (1+P)T_{1}\Psi_{1(23)}, \qquad P = (P_{12}+P_{13})P_{23} \\ U(\vec{q},\vec{q}_{0}) &= \phi_{1}\left(\vec{q}_{0} + \frac{m_{2}}{m_{2}+m_{3}}\vec{q}\right)\left(E - \frac{q^{2}}{2\mu_{31}} - \frac{q_{0}^{2}}{2\mu_{23}} - \frac{qq_{0}y_{qq_{0}}}{m_{3}}\right)\phi_{2}\left(-\frac{m_{1}}{m_{3}+m_{1}}\vec{q}_{0} - \vec{q}\right) \\ &+ \phi_{1}\left(-\vec{q}_{0} - \frac{m_{3}}{m_{2}+m_{3}}\vec{q}\right)\left(E - \frac{q^{2}}{2\mu_{12}} - \frac{q_{0}^{2}}{2\mu_{23}} - \frac{qq_{0}y_{qq_{0}}}{m_{2}}\right)\phi_{3}\left(\frac{m_{1}}{m_{2}+m_{1}}\vec{q}_{0} + \vec{q}\right) \\ &+ \int d^{3}q''\left[\phi_{1}\left(\vec{q}'' + \frac{m_{2}}{m_{2}+m_{3}}\vec{q}\right)\left(-\frac{m_{1}}{m_{3}+m_{1}}\vec{q}'' - \vec{q},\vec{q}''\right)T_{2}\left|\vec{q}_{0}\Psi_{2(31)}\right) \\ &+ \phi_{1}\left(-\vec{q}'' - \frac{m_{3}}{m_{2}+m_{3}}\vec{q}\right)\left(\frac{m_{1}}{m_{2}+m_{1}}\vec{q}'' + \vec{q},\vec{q}''\right)T_{3}\left|\vec{q}_{0}\Psi_{3(12)}\right) \\ U_{0}(\vec{p},\vec{q};\vec{q}_{0}) &= \langle \vec{p}\vec{q} |T_{1}|\vec{q}_{0}\Psi_{1(23)}\rangle + \langle \vec{p}\vec{q} |T_{2}|\vec{q}_{0}\Psi_{2(31)}\rangle, \quad r \neq \vec{p}(\vec{p},\vec{q}), \vec{q}(\vec{p},\vec{q}), \vec{q}(\vec$$





Динамика 3-х тел

- Радиальные функции Волновые функции dd,  $n^4$ He,  $n^3$ He систем • находились решением соответствующих алгебраических задач на собственное значение
- Волновые функции  $y^{-}d$ ,  $y^{-}t$ ,  $y^{-3'4}$ Не систем определялись из аналитических решений • соответствующих кулоновских задач.

сис

e<sup>-</sup>

$$\Psi_{nlm}(r,\theta,\phi) = \sqrt{\frac{(n-l-1)!}{2m(n+l)!}} \cdot \left(\frac{2}{na_0}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot e^{-\frac{r}{ma_0}} \cdot \left(\frac{2r}{na_0}\right)^l \cdot L_{n-l-1}^{2l+1}\left(\frac{2r}{na_0}\right) \cdot Y_{lm}(\theta,\phi)$$

$$\Psi_{100}(r,\theta,\phi) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{2}{a_0}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot e^{-\frac{r}{a_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \rightarrow \Psi_{100}(p) = \frac{a_0^{\frac{3}{2}}}{\pi^{\frac{5}{2}}(p^2a_0^2+1)^2}, a_0 - paguyc \text{ Бора,}$$

$$\frac{c_{HCTEMA}}{CBB3H}\left(\frac{DHOPTHB}{CBB3H}\left(n=1/n=2\right)\right) \xrightarrow{DEPaHHPY0HHH}{MHORTETLE}C \\ (n=1/n=2)$$

$$e^{-d} - 13.6 \text{ eV}/-3.4 \text{ eV} - 0.265/1.28$$

$$\mu^{-}d - 2.66\text{keV}/-0.66\text{keV} - 0.885/0.78$$

$$e^{-3}\text{He} - 54.41\text{ eV}/-13.6\text{ eV} - 0.265/1.28$$

$$\mu^{-}t - 2.71\text{keV}/-0.68\text{keV} - 0.885/0.78$$

$$e^{-3}\text{He} - 54.41\text{ eV}/-13.6\text{ eV} - 0.621/1.11$$

$$\mu^{-3}\text{He} - 10.94\text{keV}/-2.71\text{keV} - 0.879/0.755$$

$$e^{-4}\text{He} - 54.41\text{ eV}/-13.6\text{ eV} - 0.879/0.755$$

$$e^{-4}\text{He} - 10.94\text{keV}/-2.73\text{keV} - 0.879/0.755$$

$$CCeccus OOH PAH 2025: Динамика трёх тел в реакциях синтехa TTY, JTO OUSHI: Mixaan Eropoli$$



 Детально проанализировано поведение логарифмических сингулярностей в зависимости от изменения масс частиц и сеточной дискретизации
 [см подробнее https://arxiv.org/abs/2412.07572v2]



- Создана модель-программа, позволяющая находить спектр
   З-х частичной системы (связанные, виртуальные и резонансные состояния)
   и сечения реакций и упругого рассеяния с изменением типов двух частиц (в перспективе
- с изменением всех частиц) вида  $dy^{-}t ny^{-4}$ Не
- Блок-схема программы расчёта сечений:



Программа позволяет считать [1/1], [2/2] Паде-аппроксиманты для трёхчастичной *Т*-матрицы в комбинированном параллельном и последовательном режимах с выделением границ зон сингулярностей в виде индексов массивов. Внутри меняющихся зон сингулярностей осуществляется поиск вычетов. Выбор нужных *t<sub>k</sub>* осуществляется по критерию близости к текущей точке фазового пространства.



В упругом рассеянии  $dt \rightarrow dt$ ,  $d + (y^-t) \rightarrow d + y^- + t$ вклад последнего фактически есть ионизация атома и  $\sigma$  –велико  $10^{-10}$ 

- Вклады в термоядерные каналы возникают только начиная со 2-й итерации Фаддеевского уравнения. При этом вклад процесса  $d + (y^{-}t) \rightarrow n + (y^{-4}\text{He})$ пренебрежимо мал.
- Совпадений 2-х и 3-х частичных расчётов в выбранной манере счёта нет.



 $N^{max} \approx \sigma^{max}$ [барн] · 0.084 при  $T_d = 10 \text{ keV}$  $\sigma^{max} \approx 1000 - 4000$  барн!

 $10^{4}$ 

 $10^{2}$ 

 $10^{\circ}$ 

 $10^{-1}$ 

 $10^{-2}$ 

10<sup>1</sup> م 10<sup>1</sup> ع 10<sup>0</sup> ع



Результаты

 $d+(\mu t) \rightarrow d+\mu$ 

 $dt \rightarrow dt (+ t^{R}_{Coul})$ 

## Благодарю за внимание!

- Исследования выполнены при поддержке гранта Правительства Российской Федерации (Соглашение No 075-15-2024-667 от 23.08.2024 г.)
- Работа также поддержана фондом развития теоретической физики и математики «Базис» проект №23-1-3-3-1

Егоров М.

- Int.J.Mod.Phys.E33,№11(2024)2441001;
- Phys.Atom.Nuclei.87(6)(2024)682;
- https://arxiv.org/abs/2412.07572v2

