

# Аккреция в очень ранней Вселенной и зарядовая асимметрия

Поздняков Н. А.

НГУ

Сессия ОЯФ РАН, посвящённая 70-летию В. А. Рубакова

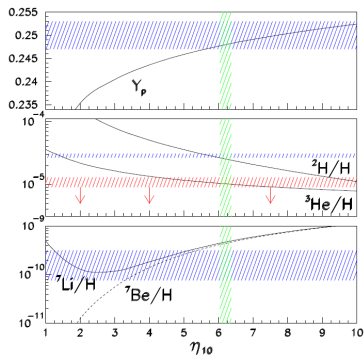
Москва, 17 февраля 2025 г.

поддержан грантом РФФ № 23-42-00066

- ▶ Введение
- ▶ Первичные черные дыры
- ▶ Частицы
- ▶ Аккреция

# Барионная асимметрия Вселенной (БАВ)

$$\eta_b \equiv \frac{n_b - n_{\bar{b}}}{n_\gamma} = (6.14 \pm 0.19) \times 10^{-10}. \text{ [PDG]} \quad (1.1)$$

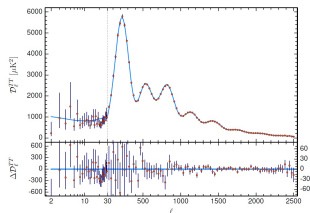


[F. Iocco et al Phys. Rept. 472 (2009) 1]

В СМ нарушаются  $B$ ,  $L$  числа, при сохранении  $B - L$

**Условия Сахарова:** БАВ может возникнуть из взаимодействия частиц, если есть [Sakharov, JETP Lett. 5 (1967) 24]

- ▶ Несохранение  $B$ -числа
- ▶ Нарушение  $C$  и  $CP$  симметрий (CPV)
- ▶ Отклонение процессов от равновесия



[Planck 2018]

# Механизмы появления асимметрии

- ▶ Лептогенезис:  
распады [S. Davidson, E. Nardi Y. Nir Phys. Rept. 466 (2008) 105]  
или осцилляции [E. Akhmedov, V. Rubakov, A. Smirnov PRL 81 (1998) 1359]  
тяжелого Майорановского нейтрино  $N_i$
- ▶ Электрослабый бариогенезис: дополнительные  
скалярные поля [J. McDonald Phys. Lett. B 323 (1994) 339]
- ▶ GUT бариогенезис:
  - $SO(10)$  и др.
  - $SU(5)$  с ПЧД [D. Hooper, G. Krnjaic PRD 103 (2021) 4, 043504]
- ▶ Излучение Хокинга [A. Dolgov PRD 24 (1981) 4]

- ▶ Черная дыра обладает только  $M$ ,  $L$ , и  $Q \Rightarrow$  захватываемые  $B$ ,  $L$  числа исчезают
- ▶ Потерянное  $B - \bar{B}$  отлично от нуля, если различаются скорости потока  $N_1$  и  $\bar{N}_1$ :  $v_- \equiv v_1 - v_{\bar{1}} \simeq \varepsilon' v_{av}$ ,  $\varepsilon' < 1$
- ▶ Оценка:  $N_B \sim 4\pi r^2 n v_- t_H$ ,  $\eta_b \sim 0.016 f^6 \frac{\epsilon_{PWH}}{x_a} \frac{m_{Pl}}{m}$  для испарившихся ПЧД с монохроматическим спектром
- ▶ Появление асимметрии не требует отклонения от термодинамического равновесия\*

## Об используемых переменных

$$x \equiv m/T$$

В радиационно-доминированной

Вселенной  $t = \frac{x^2}{2m_*} =$

$$2.3x^2 \times 10^{-33} \left( \frac{10^{13} \text{ GeV}}{m} \right)^2 \text{ s}$$

При  $(t, p) \Rightarrow (x, y \equiv p/T)$

$$\hat{L} = \frac{\partial}{\partial t} - Hp \frac{\partial}{\partial p} \Rightarrow Hx \frac{\partial}{\partial x}$$

- ▶  $m_* \equiv \frac{m^2}{m_{Pl}^*}$ ,  $m_{Pl}^* = m_{Pl} \sqrt{90/8\pi^3 g_*(T)} \approx 7 \times 10^{17} \text{ GeV}$
- ▶ Но теперь скорости  $v = \partial r / \partial t = \frac{m_*}{x} \partial r / \partial x$
- ▶ Расстояния нормированы на радиус ПЧД на начало аккреции:  
 $\ell \equiv r/r_g(t_{in})$ .

- ▶ Введение
- ▶ Первичные черные дыры
- ▶ Частицы
- ▶ Аккреция

# Черные дыры в ранней Вселенной (ПЧД)

Регион коллапсирует в ЧД массы

$$M_0 \simeq m_{Pl}^2 t_a \sim 0.85 \times 10^7 \left(\frac{x_a}{3}\right)^2 \left(\frac{10^{13} \text{ GeV}}{m}\right)^2 \text{ g}, \quad (2.1)$$

со временем появления  $x_a$ , если

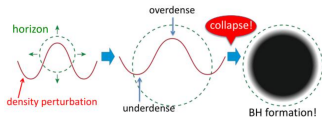
[A. Escrivá, C. Germani, R. Sheth PRD 101 (2020) 4, 044022]

$$\frac{\delta\rho}{\rho} \geq \delta_c \sim 1/3 \quad (0.4)$$

Если начально ПЧД распределены равномерно, то характерное расстояние между ними  $\lambda \sim n_{PBH}^{-1/3} \approx 2\epsilon_{PBH}^{-1/3} \frac{x_a x}{m_*}$ , где

$$\epsilon_{PBH} \equiv \left. \frac{\rho_{PBH}}{\rho_{rel}} \right|_{x_a}$$

Взаимодействие ПЧД начинается при  $r_H \sim \lambda$  в  $x_{cl} \sim \epsilon_{PBH}^{-1/3} x_a$



Спектры:

- ▶ Монохроматический
- ▶ Лог-нормальный
- ▶ Степенной



# Ранняя эволюция ПЧД (по [P. Custodio, J. Horvath Gen.Rel.Grav. 34, 1895 (2002)])

Испарение и захват релятивистских частиц:

$$\frac{\partial M}{\partial t} = -\alpha(M) \frac{m_{Pl}^4}{M^2} + 27\pi\rho_{rel} \frac{M^2}{m_{Pl}^4}. \quad (2.2)$$

$$\left| \begin{aligned} \alpha(M) &\lesssim 2.4 \cdot 10^{-3} \\ \rho_{rel} &= \frac{3}{32\pi} \frac{m_{Pl}^2}{t^2} \end{aligned} \right.$$

- ▶ Режим эволюции определяется *критической массой*,  
 $M_{abs}/M_{evap} = (M/M_c)^4$

$$M_c = 0.03 \frac{m_{Pl}^2}{T} = \frac{0.9 \cdot 10^{-6}}{x} \frac{m}{10^{13} \text{ GeV}} M_{hor} \quad (2.3)$$

- ▶ Если  $M_0 > M_c$  изначально происходит *аккреция* с решением ( $K \approx 0.04$ )

$$M = \frac{M_0}{1 - K \frac{M_0}{m_{Pl}^2 t_0} \left(1 - \frac{t_0}{t}\right)} \quad (2.4)$$

- ▶ Переход к *испарению* произойдет

$$x_{acc \rightarrow ev} \sim \left( K \frac{M_0}{m_{Pl}^2 t_0} + 1 \right) \frac{M_0 m}{0.03 m_{Pl}^2} \leq 2.4 \cdot 10^6 x_a^2 \frac{10^{13} \text{ GeV}}{m} \quad (2.5)$$

**В целом, можно пренебречь эволюцией ПЧД до аккреции частиц, положив  $r_g(t_{in}) \simeq r_g(t_a)$**

# План

- ▶ Введение
- ▶ Первичные черные дыры
- ▶ Частицы
- ▶ Аккреция

# Обилие частиц

$x \lesssim 1$ :  $N_1$  в термодинамическом равновесии,  $n \simeq 0.12gT^3$

$x \sim 1$ : аннигиляция начинает преобладать,

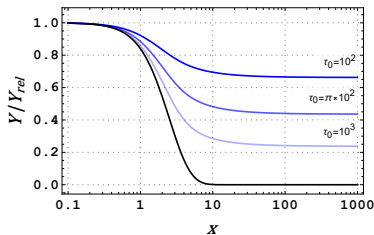
$$\frac{\partial Y}{\partial x} = -\frac{\tau_0}{Y_{rel}x^2}(Y^2 - Y_{eq}^2) \quad (3.1)$$

с  $n = Ys^{(i)}$ ,  $Y_{rel} = 45\zeta(3)/2\pi^4$  и

$$\tau_0 \simeq 2.3 \cdot 10^{23} \sqrt{\frac{g^*}{106.7}} \frac{\langle\sigma v\rangle}{10^{-36} \text{ cm}^2} \frac{m}{10^{13} \text{ GeV}} = 93 \left(\frac{f}{0.1}\right)^4 \frac{10^{13} \text{ GeV}}{m} \quad (3.2)$$

в последнем равенстве  $\langle\sigma v\rangle = f^4/m^2$

- ▶ После  $x_k = \sqrt{\tau_0}$  температура частиц  $T_1 \propto a^{-2}$ , т.е.  $z \equiv T_1/T = x_k/x$



---

(i) Плотность энтропии  $s \equiv \frac{\rho + \mathcal{P}}{T} = \frac{2\pi^2}{45} g^* T^3$

# Частицы в гравитационном поле

- ▶ Потенциальная энергия меняет химический потенциал, и

$$n'_{eq} = C n_{eq} e^{\frac{GMm}{rT_1}} = n_{eq} e^{\frac{x^2 - x_a^2}{2z\ell^2}}, \quad (3.3)$$

$z \equiv T_1/T_\gamma$  и определив  $C$  по  $n'_{eq}(r_H) = n_{eq}$

- ▶ В Лагранжевых координатах эволюция  $Y$ ,

$$\frac{\partial Y}{\partial x} = Y_\infty \frac{\partial \phi(x, \ell_0)}{\partial x} - \frac{\tau_0}{x^2 Y_{rel}} \left( Y^2 - e^{\frac{x^2 - x_a^2}{2z\ell^2}} Y_{eq}^2 \right) \quad (3.4)$$

где  $\phi(x, \ell_0)$  – фактор увеличения плотности за счет аккреции

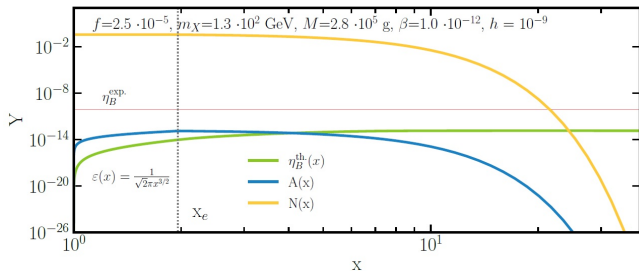
- ▶ Выбор модели частиц влияет на динамику системы, в частности, на  $z = z(x, \ell_0)$

# Взаимодействие Юкавы

Конкретная реализация модели элементарных частиц для бариогенезиса через захват впервые предложена в [A. Ambrosone et al PRD **105** 4 (2022) 045001]:

$$\mathcal{L}_{int} = -f_{\bar{a}X}\phi^\dagger\bar{a}X - f_{\bar{c}X}\phi^\dagger\bar{c}X - f_{\bar{b}Y}\phi^\dagger\bar{b}Y - f_{\bar{Y}X}\psi\bar{Y}X - f_{\bar{b}a}\psi\bar{b}a - f_{\bar{b}c}\psi\bar{b}c + \text{h.c.} \quad (3.5)$$

с тяжелыми фермионами  $X, Y, b$ , скалярными полями  $\phi, \psi$  и частицами СМ  $a, c$



$x_e$  – время  
испарения  
ПЧД,

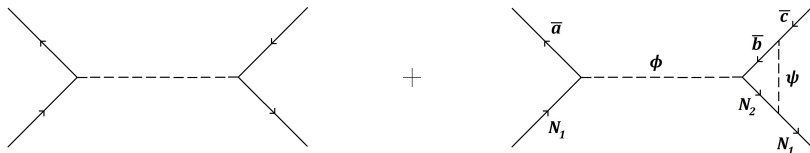
$$N \equiv \frac{n_X + n_{\bar{X}}}{2s}$$

$$A \equiv \frac{n_X - n_{\bar{X}}}{s}$$

# CPV во взаимодействиях Юкавы

$$\varepsilon' \equiv \frac{\sigma(X + a \rightarrow X + c) - \sigma(\bar{X} + a \rightarrow \bar{X} + c)}{\sigma(X + a \rightarrow X + c) + \sigma(\bar{X} + a \rightarrow \bar{X} + c)} \sim f^2 \quad (3.6)$$

возникает из интерференции диаграмм:



$$\varepsilon' \equiv \frac{\text{Im}\{f_{c1}f_{12}^*f_{b2}^*f_{bc}\}}{|f_{a1}|^2} \text{Im}\{\mathcal{I}\} \simeq \frac{f^2}{\sqrt{2\pi}x^{3/2}}, \quad (3.7)$$

кинематический фактор  $\mathcal{I}$  включает интегрирование по петле

# План

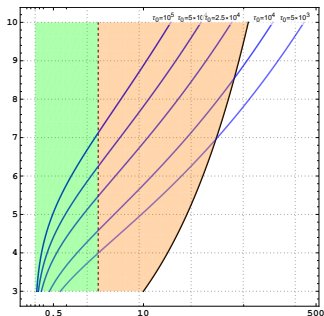
- ▶ Введение
- ▶ Первичные черные дыры
- ▶ Частицы
- ▶ Аккреция

# Характерные величины

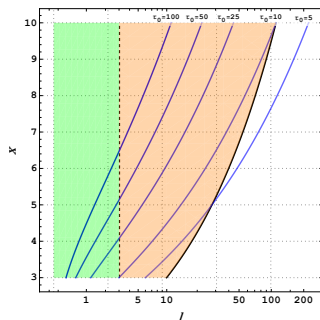
$$r_H = \frac{1}{qH} \Rightarrow \ell_H \sim \left(\frac{x}{x_a}\right)^2$$

$$r_I = \frac{1}{\langle\sigma v\rangle n_{rel}} \Rightarrow \ell_I \sim \frac{x}{\tau_0} \frac{x^2}{x_a^2},$$

$$r_{acc} = \frac{2GM}{c_{s,\infty}^2} \Rightarrow \ell_{acc} \simeq 3\ell_g$$



$\ell_I = \ell_I(x)$  для  $\langle\sigma v\rangle = f^4/m^2 x^2$



$\ell_I = \ell_I(x)$  для  $\langle\sigma v\rangle = f^4/m^2$

$$\tau_0 \equiv 93 \left(\frac{f}{0.1}\right)^4 \frac{10^{13} \text{ GeV}}{m}$$

- ▶  $r_I < r_{acc} \simeq 2GM/c_{s,\infty}^2$  – аккреция газа частиц, связанных с плазмой (зеленым)
- ▶  $r_{acc} < r_I < r_H$  – аккреция независимых частиц (оранжевым)



# Ньютонов предел

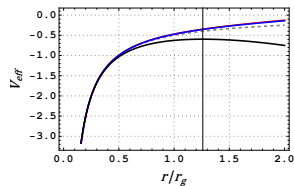
$$\ddot{r} + qH^2 r + \frac{r_g}{2r^2} = 0, \quad r_g \ll r \ll r_H \equiv 1/H, \quad (4.1)$$

параметр замедления  $q \equiv -\ddot{a}/\dot{a}^2 = 1$

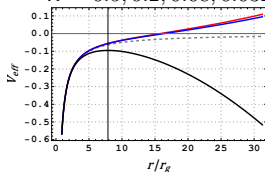
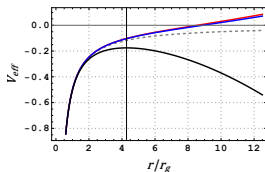
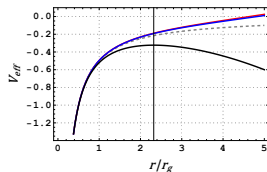
Радиус равновесия сил,

$$r_e = \left( \frac{|q|}{2} r_g r_H^2 \right)^{1/3} = \left( \frac{q^2}{2} \varkappa \right)^{1/3} r_H, \quad (4.2)$$

указан вертикальной линией на рисунках;  $\varkappa \equiv r_g H$



Потенциал с  
 $\varkappa = 0.5; 0.2; 0.08; 0.032$ .



## Обсуждение уравнения

$$\ddot{r} + \gamma \dot{r} + qH^2 r + \frac{r_g}{2r^2} = 0 \quad (4.3)$$

В  $(x, \ell)$ -переменных уравнение

$$x^2 \ell'' + (\tau_0 - 2x) \ell' + \ell + \left(\frac{x}{x_a}\right)^4 \frac{\ell_g}{2\ell^2} = 0.$$

заменами  $x \rightarrow \xi^\alpha$ ,  $\ell \rightarrow \xi^{(3\alpha+1)/2} w(\xi)$  сводится к

$$w'' = -\frac{1}{10\xi_a^{4\alpha}} \frac{\xi^{-\frac{1}{2}(1+\alpha)}}{w^2}, \quad \alpha = 1/\sqrt{5}$$

уравнению типа Эмдена-Фаулера

- ▶ Согласно [В. Зайцев, А. Полянин, 5-02-014452-5] с данными коэффициентами уравнение не имеет точного аналитического решения

# Приближение постоянного $H$

- ▶ Предположим, что за время захвата параметр Хаббла меняется слабо,  $Ht_{\text{cap}} \ll 1$
- ▶ Замена  $\rho = r/r_e(t_0)$  приводит к

$$\ddot{\rho} + \gamma_0 \dot{\rho} + \frac{1}{4t_0^2} \left( \frac{1}{\rho^2} + \rho \right) = 0. \quad (4.4)$$

В отсутствие трения решение с  $\dot{\rho}(\rho_0) = 0$

$$t = - \int_{\rho_0}^{\rho} \frac{\sqrt{2}t_0 d\rho}{\sqrt{\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0} + \frac{\rho_0^2}{2} - \frac{\rho^2}{2}}} \quad (4.5)$$

- ▶ Для  $r_0 < r_e$  приближенное решение

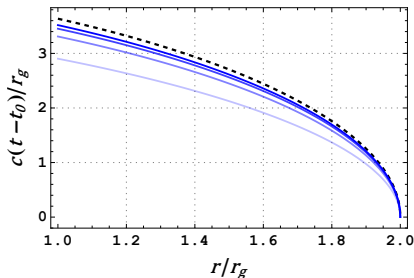
$$\begin{aligned} t &= \sqrt{2}t_0\rho_0^{3/2} P_1 \left[ f_1 \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right) + f_2 \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right) \right] \\ &= \sqrt{\frac{r_0^3}{r_g}} \left( 1 - 0.18 \frac{r_0^3}{2r_g t_0^2} \right) \left[ \sqrt{\frac{r}{r_0} - \left( \frac{r}{r_0} \right)^2} + \arctg \sqrt{\frac{r_0}{r} - 1} \right] \end{aligned} \quad (4.6)$$

# Обсудим решение

$$t = \sqrt{\frac{r_0^3}{r_g}} \left( 1 - 0.18 \frac{r_0^3}{2r_g t_0^2} \right) \left[ \sqrt{\frac{r}{r_0} - \left( \frac{r}{r_0} \right)^2} + \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{r_0}{r} - 1} \right]$$

- ▶ В пределе  $P_1 \xrightarrow{t_0 \rightarrow \infty} 1$  решение сводится к гравитации
- ▶ Проверим приближение в пределе  $r_0 = r_e \gg r_g$ :

$$H_0 t_{\text{cap}} \simeq \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 0.82 \cdot \frac{\pi}{2} = 0.91$$



синим – решение с параметрами  $ct_0/r_g = 2, 3, 4, 5$ ; черным пунктиром – решение в гравитации

## Движение в области $r_0 > r_e(t_0)$

- ▶  $H = \text{Const}$  уже не годится. Рассмотрим замену  $\rho = r/r_e(t)$ ,

$$t^2 \ddot{\rho} + \left( \frac{4}{3}t + \gamma(t)t^2 \right) \dot{\rho} + \left( \frac{1}{36} + \frac{2}{3}\gamma(t)t \right) \rho + \frac{1}{4\rho^2} = 0 \quad (4.7)$$

- ▶ Для  $\rho_0 \gtrsim 2$   $\rho \propto t^{-1/6}$  приводит к  $r \propto t^{1/2}$ , т.е. частицы присоединяются к потоку Хаббла
- ▶  $1 < \rho_0 < 2$ : плавный переход от притяжения к отталкиванию. *Предположим, что в целом частицы покоятся*
- ▶ Трение смещает точку, где частицы улетают прочь
- ▶  $r_e(t) \propto t^{2/3}$ , поэтому зона, в которой ПЧД притягивает растет

## Описание аккреции

В координатах Лагранжа:

При сохранении частиц в объеме  $4\pi n(t, r_0)r^2 dr = 4\pi n(t_0, r_0)r_0^2 dr_0$ :

$$n(t, r_0) = n_\infty \phi(t, r_0) \quad (4.8)$$

где  $\phi(t, r_0) \equiv \frac{r_0^2}{r^2} \bigg/ \frac{\partial r}{\partial r_0} \bigg|_t$

В координатах Эйлера:

Решение уравнений гидродинамики:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \operatorname{div}\{n\mathbf{v}\} = 0,$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v}, \nabla)\mathbf{v} = -\nabla p + F$$

# Аккреция в поле гравитации

Темпы захвата  $\dot{N}_{abs} = 4\pi r_g^2 n(r_g, t) v(r_g, t)$ . Используя (4.8)

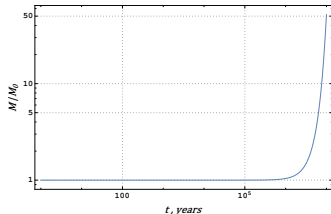
$$\dot{N}_{abs} = 4\pi r_0^2 n_\infty \left/ \frac{\partial t(r, r_0)}{\partial r_0} \right|_{r=r_g} \quad (4.9)$$

В точке траектории  $r = r_g$ ,  $t_{cap} = t(r_g, r_0)$ . Можем рассматривать  $t_{cap} = t_{cap}(r_0)$ , либо  $r_0 = r_0(t)$  – с какого *начального* расстояния частицы пересекают горизонт в момент  $t$

- ▶ В поле гравитации  $ct_{cap} \simeq \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{r_0^3}{r_g}}$

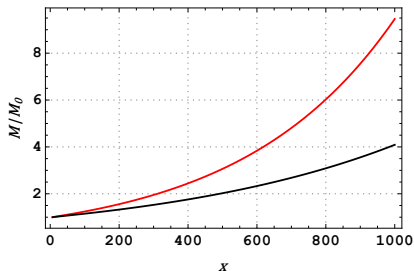
$$\dot{N}_{abs} = \frac{2^5}{3\pi} r_g c^2 t n_\infty \quad (4.10)$$

- ▶  $M =$   
 $M_0 \times \exp \left\{ 4 \cdot 10^{-15} \frac{m}{\text{GeV}} \frac{n_\infty}{10^8 \text{ м}^{-3}} \left( \frac{t}{\text{yr}} \right)^2 \right\}$

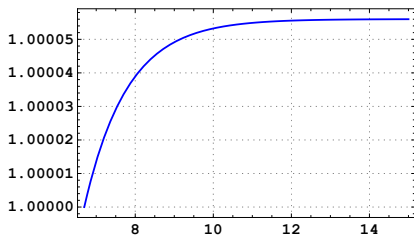


*Рост ЧД приведет к аккреции Бонди и уменьшению темпов роста ЧД*

# Аккреция в ранней Вселенной



При  $x_{fo} \lesssim 3$



При  $Y = Y_{eq}(x)$

В расширяющейся Вселенной:  
 $n(t, r_0) \rightarrow Y(x, \ell_0)$  и

$$\frac{\partial \ell_g}{\partial x} = 8\ell_0^2 Y_\infty \frac{x_a^4}{x^2} \bigg/ \frac{\partial x^2}{\partial \ell_0} \bigg|_{\ell=\ell_g} \quad (4.11)$$

$\ell_g \equiv M/M_0$ ,

$$x_{cap}^2 \sim x_0^2 + \pi x_a^2 \sqrt{\frac{\ell_0^3}{\ell_g}} \left[ 1 - 0.36 \frac{\ell_0^3 x_a^4}{\ell_g x_0^4} \right] \quad (4.12)$$

где  $x_0 = x_{in}$  для  $r_0 < r_e(t_{in})$ , либо  
 $x_0 \sim x_{in} x/x_{cap}^*$



# Учет трения

- ▶ Рассмотрим уравнение на  $w = t'(\rho)/t_0$ :

$$w' - \frac{\epsilon}{2\kappa} w^2 - \frac{1}{4\rho^2} w^3 = 0 \quad (4.13)$$

$$2\gamma_0 t_0 = \epsilon/\kappa = \tau_0/x_0 > 1, \quad \epsilon \equiv r_g/r_{free}(t_0) < 1$$

- ▶ Используем  $w = w^{(0)} + \epsilon w^{(1)}$ :

$$w^{(1)'} - \frac{3}{4\rho^2} w^{(0)2} w^{(1)} - \frac{\epsilon}{\kappa} w^{(0)} w^{(1)} = \frac{1}{2\kappa} w^{(0)3} \quad (4.14)$$

$$w^{(0)} \equiv \sqrt{2} (1/\rho - 1/\rho_0)^{-1/2}, \quad w^{(1)}(\rho_0) = 0$$

- ▶ Решение нужно регуляризовать ( $q \equiv \rho/\rho_0$ )

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_0^{w^{(1)}} \frac{du}{u + \epsilon} - \frac{3}{2} \int_q^1 \frac{\partial \tilde{q}}{\tilde{q}(1 - \tilde{q} + \epsilon)} = \ln \frac{w^{(1)}}{(q - q^2)^{3/2}} - \ln \epsilon^{-1/2} \quad (4.15)$$

# Решение

$$w^{(1)} = e^F + \frac{1}{2\kappa} \int_{\rho_0}^{\rho} e^F w^{(0)2} d\rho$$

где

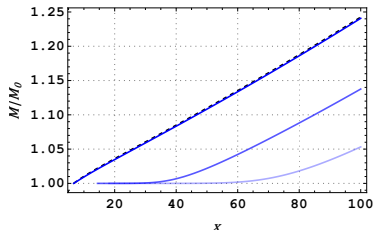
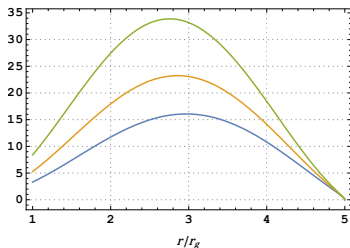
$$e^F = f_1^3 \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right) e^{2\gamma_0 t^{(0)}(\rho)} \quad (4.16)$$

Оценим интеграл методом Лапласа, поскольку

$$\sqrt{2}\rho_0^{3/2} \frac{\tau_0}{x_0} (f_1 + f_2) \lesssim \frac{2}{3} \ell_0^{3/2} (f_1 + f_2).$$

Введем  $\rho_p \simeq 2.5\rho_0/(3 + \tau_0\rho_0^{3/2}/\sqrt{2}x_0)$  и  $f_{1p} \equiv f_1(\rho_p/\rho_0)$ .

$$t^{(1)} \sim \begin{cases} \frac{x_0^2}{\tau_0^2} f_1^3 \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right) e^{2\gamma_0 t^{(0)}(\rho)}, & \rho > \rho_p, \\ \sqrt{\frac{\pi x_0}{\tau_0}} \frac{\rho_p^{3/2}}{\rho_0^{1/4}} \left( \rho_p + \sqrt{\frac{x_0^3 \rho_0^{1/2} f_{1p}}{\pi \tau_0^3 \rho_p^3}} - \rho \right) f_{1p}^{5/2} e^{2\gamma_0 t^{(0)}(\rho_p)}, & \rho < \rho_p \end{cases} \quad (4.17)$$



$$\tau_0 = 10^2, 10^3, 2 \cdot 10^3$$

# Эволюция асимметрии

Разность темпов захвата частиц,  $\frac{\partial N_R}{\partial x} = \frac{\partial N}{\partial x} \frac{\xi^{(1)}}{\xi^{(0)}} \frac{2\varepsilon'\varepsilon}{1 + \varepsilon\xi^{(1)}/\xi^{(0)}}$ ,

$\xi^{(i)} \equiv \partial x^{(i)2} / \partial \ell_0 \Big|_{\ell=\ell_g}$ ,  $\varepsilon \equiv r_g / r_{free}$ ,  $\varepsilon' \propto f^2$  и

$$\frac{\partial N}{\partial x} = \frac{M_0}{m} \frac{\partial \ell_g}{\partial x} = 5 \cdot 10^{16} x_a^2 \left( \frac{10^{13} \text{GeV}}{m} \right)^3 \frac{\partial \ell_g}{\partial x} \quad (4.18)$$

Для монохроматического спектра ПЧД

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Delta_R}{\partial x} &= \frac{\partial N_R}{\partial x} \frac{n_{PBH}}{s} \sim \frac{2.7 T_a}{M} \varepsilon_{PBH} \frac{\partial N_R}{\partial x} \\ &= \frac{2.7}{x_a} \varepsilon_{PBH} \frac{2\varepsilon'\varepsilon\xi^{(1)}}{\xi^{(0)} + \varepsilon\xi^{(1)}} \frac{\partial \ell_g}{\partial x} \end{aligned} \quad (4.19)$$

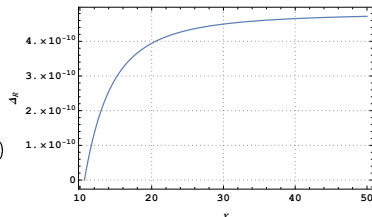


иллюстрация приведена для:  $f = 0.1$ ,  $m = 10^{13}$  ГэВ,  $\varepsilon_{PBH} = 10^{-4}$

## Об аккреции с давлением

- ▶ Учет давления важен на первых этапах аккреции при больших величинах  $\tau_0$
- ▶ После  $x \simeq (3\ell_g \tau_0 x_a^2)^{1/3}$  частицы начинают независимо падать в черную дыру
- ▶ Согласно [R. Nandra, A. Lasenby, M. Hobson MNRAS 422 (2012) 2931] давление

$$\mathcal{P} = \rho(t) \left( \frac{1}{\sqrt{1 - 2GM/r}} - 1 \right) \quad (4.20)$$

обращается в бесконечность у горизонта событий, что дополнительно подавляет темпы аккреции до  $x_{ff}$

- ▶ В более ранние моменты аннигиляция более существенно влияет на область повышенной плотности

- ▶ Движение определяется  $r_e = (r_g r_H^2 / 2)^{1/3}$
- ▶ Рост ПЧД в ранней Вселенной начинается в  $x_{ff}$  с независимого поглощения частиц
- ▶ Относительные темпы роста ПЧД зависят не от массы частиц, а от времени заморозки
- ▶ Трение ослабевает со временем, поэтому накопление асимметрии происходит при  $x \sim x_{ff}$

# Дополнительные материалы

# О трении

- ▶ «Феноменологическая» модель:  
 $\langle \sigma v \rangle_s = f^4/m^2 = \langle \sigma v \rangle_a, \varepsilon' \sim f^2$
- ▶ Фермион-фермионное рассеяние:  
 $\langle \sigma v \rangle = f^4/m^2 x^2, \varepsilon' \lesssim f^2/\sqrt{2\pi} x^{3/2}$
- ▶ Рассеяние фермиона на скаляре  
 $\langle \sigma v \rangle \sim f^4/m^2$ , возможно резонансное усиление  
 $\varepsilon'$  [W. Buchmuller M. Plumacher Phys.Lett.B **431** (1998) 354]

# Уравнение движения (по [R. Nandra, A. Lasenby, M. Hobson MNRAS 422 (2012) 2931])

Метрика МакВитта ( $k = 0$ )

$$ds^2 = \left( \frac{1 + \frac{GM}{2a\bar{r}}}{1 - \frac{GM}{2a\bar{r}}} \right) dt^2 - \left( 1 + \frac{GM}{2a\bar{r}} \right)^4 a^2 (d\bar{r}^2 + \bar{r}^2 d\Omega) \quad (6.1)$$

В локально-инерционной системе координат,  $r = \left( 1 + \frac{GM}{2a\bar{r}} \right)^2 a\bar{r}$  метрика имеет вид

$$ds^2 = \left[ 1 - \frac{2GM}{r} - r^2 H^2 \right] dt^2 + \frac{2rH}{\sqrt{1 - \frac{2GM}{r}}} dr dt - \left( 1 - \frac{GM}{r} \right)^{-1} dr^2 - r^2 d\Omega \quad (6.2)$$

Тогда уравнение геодезической ( $L = 0$ )

$$\ddot{r} + \frac{r_g}{2r^2} + qH^2 r + \left( [1 - q]rH - \frac{r_g}{r} \right) \frac{\varkappa}{2} - \frac{\frac{r_g}{r} - 2r^2 H^2}{2} \left( \frac{\dot{r}}{\sqrt{1 - \frac{r_g}{r}}} - Hr \right)^2 - \frac{q\varkappa^2}{8} = 0 \quad (6.3)$$

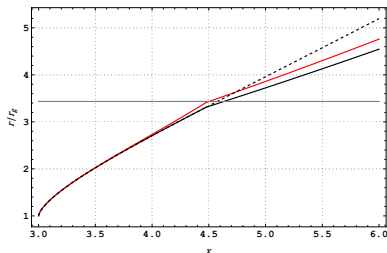
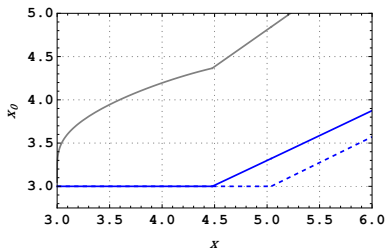
с  $\varkappa \equiv r_g H$  и параметром замедления  $q \equiv -\ddot{a}/\dot{a}^2 = 1$  для РД-Вселенной



# Зависимость $\ell_0$ от $x$

- ▶ Частицы с  $\ell_0 = \ell_e(x_{in})$  пересекут горизонт в момент  $x_{ic} = x_{in} \sqrt{1 + 0.82\pi/\sqrt{2}}$
- ▶ После этого будут приходить частицы, начавшие движение позже:  $x_0 = x_{in} x/x_{ic}$  (из уравнения  $\ell_0(x) = \ell_e(x_0)$ )
- ▶ Приближенное выражение для  $\ell_0 = \ell_0(x)$

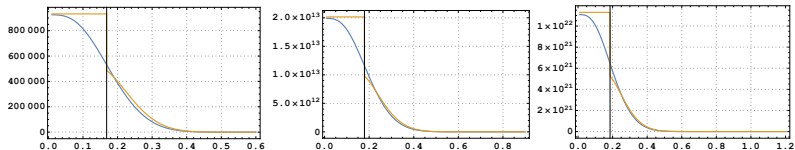
$$\ell_0 \approx 1 + \left[ \frac{\ell_g(x^2 - x_0^2)^2}{\pi^2 x_a^4} \right]^{1/3} \left( 1 + \frac{0.24(x^2 - x_0^2)^2}{\pi^2 x_0^4 - 1.08(x^2 - x_0^2)^2} \right) \quad (6.4)$$



# Первое интегрирование

найдем приближенное значение  $\int_{\rho_0}^{\rho} e^F w^{(0)2} d\rho$ :

$$\begin{cases} \frac{x_0}{\tau_0 \rho_0^{1/2}} \rho f_1(\rho/\rho_0) \exp \left\{ \sqrt{2} \frac{\tau_0}{x_0} \rho_0^{3/2} (f_1(\rho/\rho_0) + f_2(\rho/\rho_0)) \right\}, & \rho > \rho_p \\ \sqrt{\frac{\pi x_0}{\tau_0}} \frac{\rho_p^{3/2}}{\rho_0^{1/4}} f_1^{5/2}(\rho_p/\rho_0) \exp \left\{ \sqrt{2} \frac{\tau_0}{x_0} \rho_0^{3/2} (f_1(\rho_p/\rho_0) + f_2(\rho_p/\rho_0)) \right\}, & \rho < \rho_p \end{cases} \quad (6.5)$$



Сравнение с численным вычислением для  $\tau_0 = 100$ ,  $x_0 = 5$ ,  $\rho_0 = 0.6, 0.9, 1.2$

# Scattering & CPT-theorem

Optical theorem:

$$\Gamma_{p_1, \sigma_1, n_1; p_2, \sigma_2, n_2 \dots} = \Gamma_{p_1, -\sigma_1, n_1^c; p_2, -\sigma_2, n_2^c \dots}$$

where  $\Gamma \dots$  – is transition probability from a given initial state into complete set of final states.

To make difference in

$$\sum_{a,c} \sigma(X + a \rightarrow X + c) \neq \sum_{a,c} \sigma(\bar{X} + a \rightarrow \bar{X} + c)$$

apart from  $X + a \rightarrow X + c$  should be channels without  $X$  particle in final state, like  $X + a \rightarrow Y + b$