I. Размерные редукции и задача стабилизации модулей.

(I)

Хочется: - смоделировать физ. частицы из струн;
- иметь в спектре инфлатон;
- получить dS вакуум или плоский вакуум в конце после эволюции.

Требования к инфлатону и инфляции:

- $N \sim 60$ e-фолдов, $\frac{a}{a_0} \sim e^{60}$
- slow-roll single field inflation

$$\mathcal{L} = \sqrt{-g}\left(-\frac{1}{2}(\partial\phi)^2 - V(\phi)\right)$$

slow-roll: $\begin{cases} \frac{1}{2}\dot{\phi} \ll V, & \text{кин. член не даёт вклада} \\ \ddot{\phi} \ll H|\dot{\phi}|, & \text{большое трение} \end{cases}$

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{1}{2}\left(\frac{V' M_{Pl}}{V}\right)^2 \ll 1 \\ \eta &= \frac{V'' M_{Pl}^2}{V}, \quad |\eta| \ll 1 \end{aligned}\right\} \text{условие slow-roll инфляции}$$

Варианты реализации поля инфлатона в

откр. струнах: $\begin{cases} \text{- расстояние между бранами (brane inflation)} \\ \text{- какой-то угол между бранами} \end{cases}$

замкн. струнах: $\begin{cases} \text{- размер и деформ. внутр. многообразия} \\ \text{- поле аксиона} \end{cases}$ (moduli inflation) KKLT

Рассмотрим следующие модели:

1. SM on D6 - D6 intersection
2. D3-$\overline{\text{D3}}$ brane inflation
3. KKLT model (Kähler modulus inflation

1. Размерная редукция Калуцы-Клейна

$$\Box_5 \Phi(x^\mu, y) = 0 \;;$$

- пусть y - координата на S^1, $y \sim y + 2\pi R$
- $\Box_5 = \Box_4 + \Delta_1$; $\Delta_1 = \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ $\longrightarrow$ собств. функции $e^{i\frac{ny}{2\pi R}}$, $n \in \mathbb{Z}$

$$\Phi(x^\mu, y) = \sum_n \phi_n(x^\mu)\, e^{i\frac{ny}{2\pi R}}$$

$$\Box_5 \Phi(x^\mu, y) = \sum_n \underbrace{\left(\Box_4 - \frac{n^2}{4\pi^2 R^2}\right)\phi_n(x^\mu)}_{=0} e^{i\frac{ny}{2\pi R}} = 0$$

$m_n^2 = \frac{n^2}{4\pi^2 R^2}$ - масса n-ой КК моды.

Далее рассматриваем только безмассовые моды.

2. Размерная редукция гравитации:

Пусть $M = 0, \dots D$, $\underset{\text{внешние}}{\mu = 0, \dots d}$, $\underset{\text{внутренние}}{m = 1, \dots \overbrace{D-d}^{n}}$

$X^M = (x^\mu, y^m)$

$$ds^2 = G_{MN}\, dx^M dx^N =$$

$$= \underset{\text{метрика}}{\underset{\downarrow}{G_{\mu\nu}}}\, dx^\mu dx^\nu + \underset{\text{вект. поле}}{\underset{\downarrow}{G_{\mu m}}}\, dx^\mu dy^m + \underset{\text{скалярные поле.}}{\underset{\downarrow}{G_{mn}}}\, dy^m dy^n$$

Место, где возникает проблема:

$G_{mn}(x)$ — набор из $\frac{n(n+1)}{2}$ скалярных полей

? один из них делаем инфлатоном } нужно генерировать потенциал !

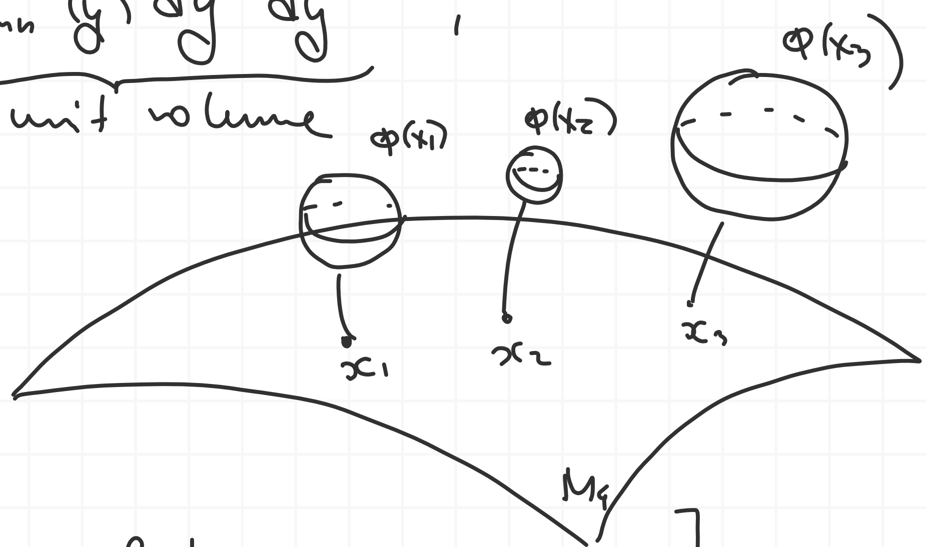
? остальным нужно дать массу

EG **Простой пример:** редукция 6D GR+EM $\longrightarrow$ 4D.

Пусть $S = \int d^6x \sqrt{-G} \left[M_6^4 R_G - M_6^2 F_{MN} F^{MN} \right] = S_R + S_F$

$$ds^2 = g_{\mu\nu}(x)\, dx^\mu dx^\nu + \Phi(x)^2 \underbrace{\tilde{g}_{mn}(y)\, dy^m dy^n}_{\text{unit volume}} ,$$

Оставим динамическим только модуль объема



$$S_R = M_6^4 \int d^4x \sqrt{-g} \Big[\Phi(x)^2 R_g + \underbrace{\int d^2y \sqrt{\tilde{g}}\, R_{\tilde{g}}}_{= 2-2g \text{ — эйл. хар-ка}} + \dots \Big]$$

Для перехода к станд. действию Э-Г:

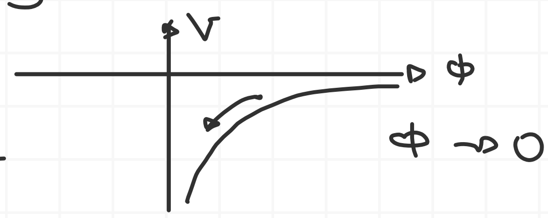
$$g_{\mu\nu} \to h_{\mu\nu} = \Phi^2(x)\, g_{\mu\nu}(x) \qquad \text{EX}$$

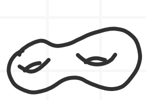
$$S_R = M_6^4 \int d^4x \sqrt{-h} \left[R_h - V(\Phi) + \dots \right]$$

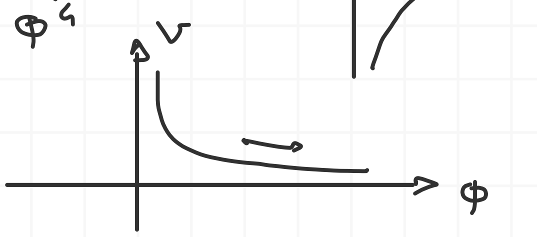
$$V(\Phi) \sim (2g-2) \frac{1}{\Phi^4}$$

1) $g = 1$, $\mathbb{T}^2$, $V(\Phi) = 0$ — безмассовое ск. поле.

2) $g = 0$, S^2, $V(\Phi) \sim -\frac{1}{\Phi^4}$



3) $g > 1$  $V(\Phi) \sim +\frac{1}{\Phi^4}$



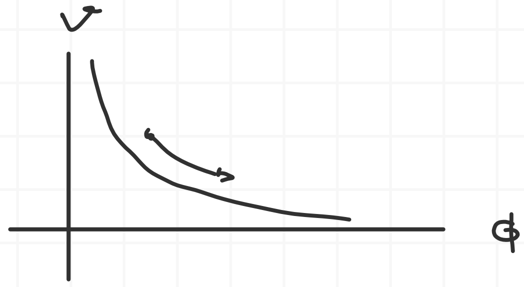
спонт. декомпактиф-я

Нужно исправить ситуацию так, чтобы стабилизировать модуль объема $\phi(x)$ на значении $\langle\phi\rangle \neq 0$

Пусть $\int_{M_g} F = n$ — кол-во потока поля F_{mn} через внутр. мн-е.

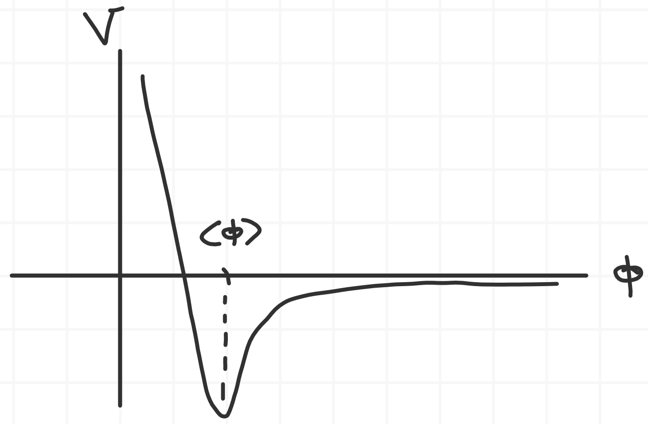
$$\int d^6 x\, F_{MN} F^{MN} \longrightarrow \int \sqrt{-h}\, d^4 x \left(-\frac{n^2}{\phi^6}\right)$$

Эфф. потенциал: $V \sim (2g-2)\frac{1}{\phi^4} + \frac{n^2}{\phi^6}$



1) $g \geq 1$, $\mathbb{T}^2$ и далее $V \sim \frac{1}{\phi^6}$

спонт. декомпактификация



2) $g = 0$, S^2, $\langle\phi\rangle = \frac{\sqrt{3}}{2} n$

- Фоновая геометрия стабилизуется на $M_4 \times S^2$, $R_{S^2} \sim n$ (можно настраивать)

- Однако: $V(\langle\phi\rangle) < 0$ — $M_4 = AdS_4$

Решения вида $AdS_n \times S^n \times \mathbb{T}^{10-2n}$ — Фройнда-Рубина хороши для голографии, но не годятся для космологии.

- Нужен механизм подъема $AdS \to dS$ (KKLT)

- Остается неизученной динамика остальных модулей: больше ск. полей → нужно больше параметров для стабилизации → больше типов потоков.

I. Введение в теорию струн: спектр открытых и замкнутых струн.

В опр. смысле теория кв. струн является УФ дополнением теории гравитации. Есть особенности:

1. Струна требует 10d (Лоренц инвариантность);
2. В известных конструкциях струна суперсимметрична (работает GSO проекция, стабил. вакуум);
3. Теория струн является пертурбативно квантованной теорией.

Ув1: низкоэнергетическим пределом полной теории струн явл-ся $d=10$ супергравитация

Ув2: теория струн явл-ся теорией не только струн.

RNS струна и её спектр. Действие в фикс. калибровке:

$$\boxed{S = -\frac{1}{8\pi}\int d^2\sigma\left(\frac{2}{\alpha'}\partial_\alpha X^\mu \partial^\alpha X_\mu + 2i\,\bar\Psi^\mu \rho^\alpha \partial_\alpha \Psi_\mu\right)}$$

преобразование суперсимметрии: $\sqrt{\frac{2}{\alpha'}}\,\delta_\epsilon X^\mu = i\bar\epsilon\Psi^\mu$

$\{\rho_\alpha, \rho_\beta\} = 2\eta_{\alpha\beta}$; $\qquad \delta_\epsilon \Psi^\mu = \frac{1}{\sqrt{2\alpha'}}\rho^\alpha \partial_\alpha X^\mu \epsilon$

$$\rho_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \rho_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix};$$

Majorana: $\bar\Psi = \tilde\Psi$, $\bar\Psi = \Psi^\dagger A$, $\tilde\Psi = \Psi^T C$ $\Rightarrow$ $\Psi^* = \Psi$

$$A^{-1}\rho_\alpha A = \pm\rho_\alpha^\dagger; \quad C^{-1}\rho_\alpha C = \pm \rho_\alpha^T$$

$$A = C = \rho_1$$ EX

$\omega = \rho_0\rho_1$ — оператор киральности.

$$\omega = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}; \quad \Psi = \begin{bmatrix} \Psi_+ \\ \Psi_- \end{bmatrix}, \quad \Psi_\pm \text{ — MW спиноры}$$

$$\boxed{\mathcal{N} = (1,1) \quad d = 1+1 \quad \text{SUSY}}$$

EoM's:
$$\boxed{\begin{aligned} \partial_\alpha \partial^\alpha X^\mu &= 0 \\ \rho^\alpha \partial_\alpha \Psi^\mu &= 0 \end{aligned}}$$

При выводе ур-ий требуется наложить гр. условие:

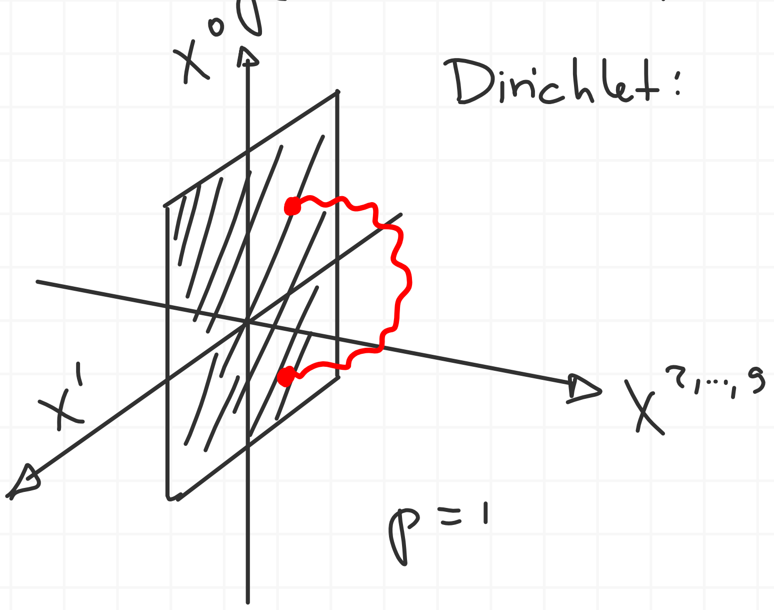
$$\delta S = \text{EoM's} - \frac{1}{8\pi}\int d^2\sigma\, \partial_\alpha \left(\frac{4}{\alpha'}\,\delta X^\mu \partial^\alpha X_\mu + 2i\bar{\psi}^\mu \rho^\alpha \delta\psi_\mu \right)$$

- $$\delta S_B = -\frac{1}{2\pi\alpha'}\int d\tau \left[\delta X^\mu \partial_\sigma X_\mu \big|_{\sigma=\ell} - \delta X^\mu \partial_\sigma X_\mu \big|_{\sigma=0} \right]$$
- $$\delta S_F = -\frac{i}{4\pi}\int d\tau \Big[\left(\psi_+^\mu \delta\psi_{+\mu} - \psi_-^\mu \delta\psi_{-\mu}\right)_{\sigma=\ell} - \left(\psi_+^\mu \delta\psi_{+\mu} - \psi_-^\mu \delta\psi_{-\mu}\right)_{\sigma=0} \Big].$$

1. Bosonic:

- closed: $X^\mu(\tau, \sigma+\ell) = X^\mu(\tau,\sigma)$
- open: Neumann: $\partial_\sigma X^a(\tau, \sigma = {}^0_\ell)$, $(a = 0, \dots, p)$

  Dirichlet: $\delta X^i(\tau, \sigma = {}^0_\ell) = 0$, $(i = p+1, \dots, 9)$



$p=1$

D1 - брана

2. Fermionic

- closed: $\psi_+^\mu(\tau, \sigma+\ell) = \pm \psi_+^\mu(\tau,\sigma)$ Ramond / Neveu-Schwarz

  $\psi_-^\mu(\tau, \sigma+\ell) = \pm \psi_-^\mu(\tau,\sigma)$

+	R	R	NS	NS
−	R	NS	R	NS

4 типа струн (секторы полной теории)

- open: $\psi_+(0) = \psi_-(0)$; $\psi_+(\ell) = \eta\, \psi_-(\ell)$

$$\eta = \pm \quad \begin{matrix} R \\ NS \end{matrix}$$

Осцилляторное разложение

II

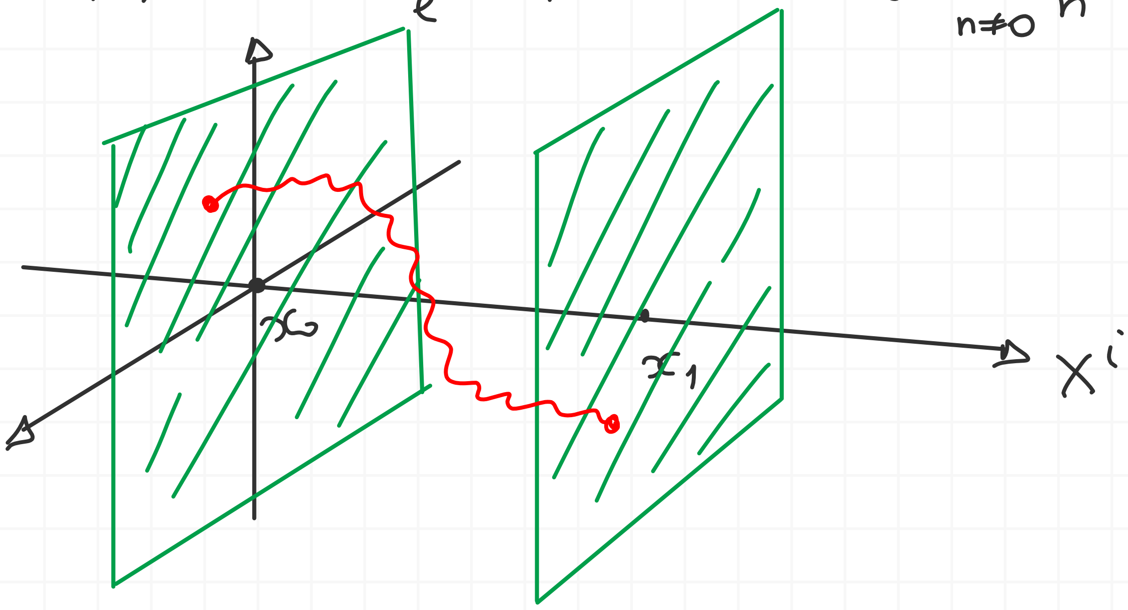
1. Открытая струна: Пусть NN, X^a

DD X^i

EX

$$X^a(\sigma,\tau) = x^a + \frac{2\pi\alpha'}{l}p^a\tau + i\sqrt{2\alpha'}\sum_{n\neq 0}\frac{1}{n}\alpha_n^a e^{-i\frac{\pi n\tau}{l}}\cos\left(\frac{\pi n\sigma}{l}\right),\quad a=0,\dots,p$$

$$X^i(\sigma,\tau) = x_0^i + \frac{1}{l}(x_1^i - x_0^i)\sigma + \sqrt{2\alpha'}\sum_{n\neq 0}\frac{1}{n}\alpha_n^i e^{-i\frac{\pi n\tau}{l}}\sin\left(\frac{\pi n\sigma}{l}\right),\quad i=p+1,\dots,9$$



$$\left.\begin{aligned} R:&\quad \psi_+^a(0) = +\psi_-^a(0)\\ NS:&\quad \psi_+^a(0) = -\psi_-^a(0)\end{aligned}\right\}\quad \psi_\pm^\mu = \sum_{r>0} b_r^\mu e^{ir\frac{\sigma\pm\tau}{l}},\quad r\in \begin{matrix}\mathbb{Z}: R\\ \mathbb{Z}+\frac{1}{2}, NS\end{matrix}$$

- Импульс центра масс: $p^i = \frac{1}{l}\int_0^l d\sigma\, \partial_\tau X^i \equiv 0$

  в напр. $\perp$ Dp-бранам струна не летит
- Коорд. центра масс: $q^i = \frac{1}{l}\int_0^l d\sigma\, X^i = \frac{x_0^i + x_1^i}{2}$

Квантование: X^M, ψ^M — операторы $\Rightarrow$ α_n^M, b_r^M — операторы

Фиксирование духов: кв. в кал. светового конуса:

$$X^M = (X^0, X^1, \dots, X^9) \to (X^+, X^-, X^\mu),\quad \mu = 1,\dots,8$$

Есть α_n^μ и b_r^μ, причем $[\alpha_n^\mu, \alpha_m^\nu] = n\,\delta^{\mu\nu}\delta_{n+m,0}$

EX

$$\{b_r^\mu, b_s^\nu\} = \delta^{\mu\nu}\delta_{r+s,0}$$

III. Массовый спектр, Dp-браны.

I

Построим спектр откр. и замкн. струн. Спектр состояний строим независимыми операторами от основного.

- NS:

$$\alpha^\mu_m |0\rangle_{NS} = 0, \quad m = 1,2,\dots \qquad \alpha^\mu_{-m}$$

$$b^\mu_r |0\rangle_{NS} = 0, \quad r = \tfrac{1}{2}, \tfrac{3}{2}, \tfrac{5}{2}, \dots \qquad b^\mu_{-r}$$

повышают возб. струн

- R:

$$\alpha^\mu_m |0\rangle_R = 0, \quad m = 1,2,\dots \qquad \alpha^\mu_{-m}$$

$$b^\mu_m |0\rangle_R = 0, \quad r = 1,2,3, \qquad b^\mu_{-m}$$

повышают состояние

α^μ_0 — импульс; $\{b^\mu_0, b^\nu_0\} = \delta^{\mu\nu}$

b^μ_0 могут быть реализованы в терминах γ-матриц для группы $SO(8)$

$\Rightarrow$ $|0\rangle_R$ принадл. предст. группы $Spin(8)$ и нум. индексом A или $\dot{A}$, $A = 1,8$.

Оператор массы:

$$\boxed{\alpha' M^2 = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha^\mu_{-n}\alpha^\mu_n + \sum_{r>0} r\, b^\mu_{-r} b^\mu_r + \frac{1}{4\pi^2\alpha'}(\Delta X)^2 + a}$$

$a = -\frac{1}{2}$ NS

$a = 0$ R

Для открытой струн не удваивается: есть левые и правые моды.

! $[b^\mu_0, M^2] = 0$ — масс. спектр. согласован с действием группы $Spin(8)$

Спектр состояний

1) Открытая струна

$\alpha' m^2$	состояние	предст. Spin(8)		$(-1)^F$
	NS сектор			
$\frac{1}{4\pi^2\alpha'}(\Delta X)^2-1$	$\lvert 0\rangle_{NS}$	$\mathbf{1}$	χ	$-$
0	$b^{\mu}_{-1/2}\lvert 0\rangle$	$\mathbf{8}_v$	A^{μ}	$+$
	R сектор			
0	$\lvert 0\rangle^{A}_{R}$	$\mathbf{8}_s$	ψ^{A}	$+$
0	$\lvert 0\rangle^{\dot A}_{R}$	$\mathbf{8}_c$	$\psi^{\dot A}$	$-$

GSO

SYM $d=10$

- состояние D9-D9, стабильные
- состояние D9-$\overline{\text{D9}}$, нестабильные (тахион)

2) Замкнутая струна : $\lvert L\rangle\times\lvert R\rangle$

$\alpha' m^2$	состояние	предст. SO(8)	$(-1)^F$	$(-1)^{\bar F}$
	NS-NS			
-2	$\lvert 0\rangle_L\times\lvert 0\rangle_R$	$\mathbf{1}$	$-$	$-$
0	$\tilde b^{\mu}_{-1/2}\lvert 0\rangle_L\times b^{\nu}_{-1/2}\lvert 0\rangle_R$ $8_v \quad\quad 8_v$	$8_v\times 8_v=\mathbf{1}+\mathbf{28}+\mathbf{35}_v$ $\phi \quad B_{\mu\nu} \quad g_{\mu\nu}$	$+$	$+$
	R-R			
0	$\lvert A\rangle_L\times\lvert B\rangle_R$ $8_s \quad\quad 8_s$	$8_s\times 8_s=1+28+35_s$ $C_0 \quad C_2 \quad C_4^+$	$+$	$+$
	$\lvert A\rangle_L\times\lvert\dot B\rangle_R$ $8_s \quad\quad 8_c$	8_v+56_v $C_1 \quad C_3$	$+$	$-$

	$\|\dot{A}\rangle_L \times \|B\rangle_R$	$8_v + 56_v$	$-$	$+$	II
	$8_c \quad 8_s$	$C_1 \quad C_3$			
	$\|\dot{A}\rangle_L \times \|\dot{B}\rangle_R$	$1 + 28 + 35_c$	$-$	$-$	
	$8_c \quad 8_c$	$C_0 \quad C_2 \quad C_4^-$			
	NS-R	EX			
0	$\bar{b}^\mu_{-1/2}\|0\rangle_L \times \|A\rangle_R$	$8_c + 56_c$	$+$	$+$	
	$8_v \quad 8_s$	$\dot{\lambda} \quad \psi^\mu$			
	$\bar{b}^\mu_{-1/2}\|0\rangle_L \times \|\dot{A}\rangle_R$	$8_s + 56_s$	$+$	$-$	
	$8_v \quad 8_c$	$\lambda \quad \dot{\psi}^\mu$			
	R-NS	EX			
0	$\|A\rangle_L \times b^\mu_{-1/2}\|0\rangle_R$	$8_c + 56_c$	$+$	$+$	
	$8_s \quad 8_v$	$\dot{\lambda} \quad \psi^\mu$			
	$\|\dot{A}\rangle_L \times b^\mu_{-1/2}\|0\rangle_R$	$8_s + 56_s$	$-$	$+$	
	$8_c \quad 8_v$	$\lambda \quad \dot{\psi}^\mu$			

GSO: $(-1)^F = 1, \quad (-1)^{\bar{F}} = 1$ NS

$(-1)^F = 1, \quad (-1)^{\bar{F}} = \pm 1$ R

IIA
IIB supergravity

IIA: $\Phi, B_{\mu\nu}, G_{\mu\nu}, C_\mu, C_{\mu\nu\rho}, \lambda, \psi^\mu, \dot{\lambda}, \dot{\psi}^\mu$

IIB: $\Phi, B_{\mu\nu}, G_{\mu\nu}, C, C_{\mu\nu}, C_{\mu\nu\rho\sigma}, \dot{\lambda}_1, \dot{\lambda}_2, \psi^\mu_1, \psi^\mu_2$

взаимодействует со струной

взаимодействуют с Dp-бранами

Три способа понимать Dp-браны в теории струн:

1. Геометрическое место концов открытых струн.

   ($g_s \to 0$, браны очень тяжёлые, нет обр. реакции, пр-во плоское)

2. Решение уравнений супергравитации с ненулевыми RR потенциалами (низкоэнергетическое приближение,

$$S_{IIA} = \int d^{10}x \sqrt{-g} \Big[e^{-2\Phi} \left(R - 4 \partial_\mu \Phi \partial^\mu \Phi + \frac{1}{12} H_{\mu\nu\rho} H^{\mu\nu\rho} \right)$$
$$+ \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{1}{2 \cdot 4!} F_{\mu\nu\rho\sigma} F^{\mu\nu\rho\sigma} \Big] + S_{CS}$$

D2-брана

$$ds^2 = H(r) \left(-dt^2 + dx^{1\,2} + dx^{2\,2} \right) + H(r) \left(dr^2 + r^2 d\Omega_6^2 \right)$$

$$C_{012} = \left(H(r) - 1 \right)^{-1} \quad ; \quad H(r) = 1 + \frac{h}{r^5}$$

EX

поток 2/3 $\$$

Обычная струна:

$$ds^2 = H(r) \left(-dt^2 + dx^{1\,2} \right) + H(r) \left(dr^6 + r^2 d\Omega_7^2 \right)$$

$$B_{01} = \left(H(r) - 1 \right)^{-1} \qquad H(r) = 1 + \frac{h}{r^6}$$

3. Динамический объект (струнные ст. отинтегрированы, оставлена динамика концов)

$$S_P = T \int d^2\sigma \sqrt{-h}\, h^{\alpha\beta} \partial_\alpha X^\mu \partial_\beta X^\nu G_{\mu\nu} + T \int \epsilon^{\alpha\beta} B_{\mu\nu} \partial_\alpha X^\mu \partial_\beta X^\nu$$

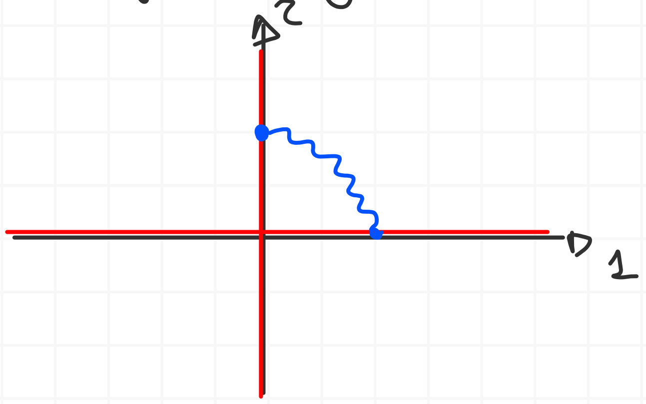
$$S_{D2} = T_{D2} \int d^2\sigma\, e^{\Phi} \sqrt{\det \left(G_{\alpha\beta} + B_{\alpha\beta} + F_{\alpha\beta} \right)} + T_{D2} \int \epsilon^{\alpha\beta\gamma} C_{\alpha\beta\gamma} \partial X \partial X \partial X$$

$F_{\alpha\beta} = \partial_\alpha A_\beta - \partial_\beta A_\alpha$, A_α взаим. с концом открытой струны.

EX

IV. Пересекающиеся браны и спектр частиц.

- Набор $\parallel$ Dp-бран несёт теорию SYM в $d=p+1$.
- $\perp$ Dp-браны сохр. разные суперсимметрии, спектр $p-p'$-струн менее суперсимметричен.



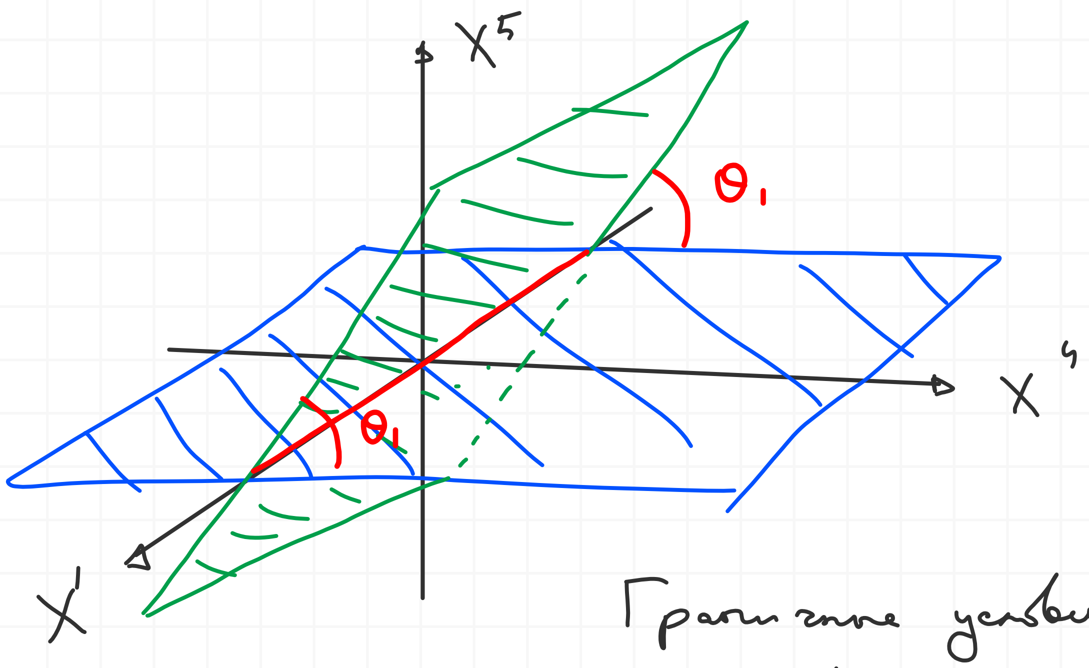
бр.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
D3	—	—		—	—					
D3'	—		—	—	—					

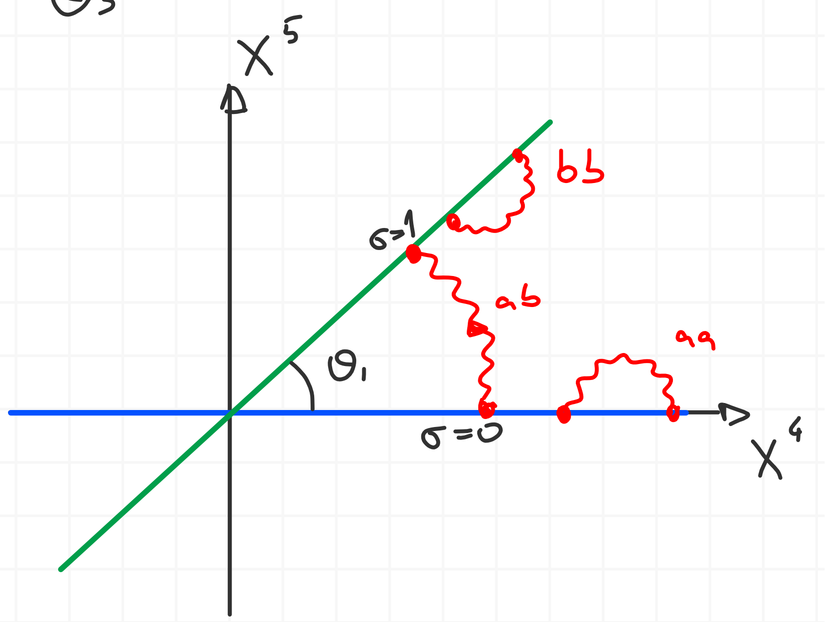
общая суперсим. в четырёх-простр-ве
$$\begin{cases} (1+\gamma^0\gamma^1\gamma^3\gamma^4)\epsilon = 0 \\ (1+\gamma^0\gamma^2\gamma^3\gamma^4)\epsilon = 0 \end{cases}$$

- Пересечение под произв. углами позволяет получать разные спектры масс.

1. Рассмотрим конкретную конструкцию: $D6_{a,b}$ на $\mathbb{R}^{1,4}\times\mathbb{T}^2\times\mathbb{T}^2\times\mathbb{T}^2$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$D6_a$	—	—	—	—	θ_1		θ_2		θ_3	
$D6_b$	—	—	—	—						





Граничные условия:

$$\sigma=0 \begin{cases} \partial_\sigma X^4(\tau,0)=0, \quad N \\ \partial_\tau X^4(\tau,0)=0, \quad D \end{cases}$$

$$\sigma=1 \begin{cases} \partial_\sigma\left(X^4(\tau,1)\cos\theta_1 + X^5(\tau,1)\sin\theta_1\right)=0 \\ \partial_\tau\left(-X^4(\tau,1)\sin\theta_1 + X^5(\tau,1)\cos\theta_1\right)=0 \end{cases}$$

Значит, что должны быть осц. α_n^m. Поэтому напишем:

$$X^4 = i\sqrt{2\alpha'} \sum_n \frac{1}{n} \alpha_n \cos(n\sigma\pi)\, e^{in\tau\pi}$$ в точке $\sigma=0$ всё норм

$$X^5 = i\sqrt{2\alpha'} \sum_n \frac{1}{n} \beta_n \sin(n\sigma\pi)\, e^{in\tau\pi}$$

$\sigma = 1$:
$$-\alpha_n \sin(\pi n)\cdot\cos\theta_1 + \beta_n \cos(\pi n)\sin\theta_1 = 0$$
$$-\alpha_n \cos(\pi n)\sin\theta_1 + \beta_n \sin(\pi n)\cos\theta_1 = 0$$

Решение есть в случаях: $\alpha_n = \pm\beta_n$ (сумма углов).

$$\alpha_n = \pm\beta_n \Rightarrow \alpha_n \sin(\pi n \pm \theta) = 0 \Rightarrow n_\pm = m \pm \frac{\theta_1}{\pi}$$
$$m \in \mathbb{Z}$$

<u>2. Осцилляторное разложение</u>

$$X^4 = i\sqrt{2\alpha'} \sum_{n_\pm \neq 0} \left(\frac{\alpha_{n+}}{n_+} \cos(n_+\sigma\pi)\, e^{in_+\tau\pi} + \frac{\alpha_{n-}}{n_-} \cos(n_-\sigma\pi)\, e^{-in_-\tau\pi} \right)$$

$$X^5 = i\sqrt{2\alpha'} \sum_{n_\pm \neq 0} \left(\frac{\alpha_{n+}}{n_+} \sin(n_+\sigma\pi)\, e^{in_+\tau\pi} - \frac{\alpha_{n-}}{n_-} \sin(n_-\sigma\pi)\, e^{-in_-\tau\pi} \right)$$

EX При $\theta^1 = 0$ получим стандартный спектр для D6-браны.

- В каждой паре направлений имеем осц. $\alpha_{n\pm}$

Итого во всех направлениях в модели:

1. $\underbrace{X^0, X^1, X^2, X^3}_{\text{Neumann}}$: $\alpha^a_{-n}, \alpha^a_n$, $n \in \mathbb{Z}$

ψ^a_{-r}, ψ^a_r $\quad r \in \mathbb{Z} + {}^{1/2}_{0}$ $\quad$ ${}^{NS}_{R}$

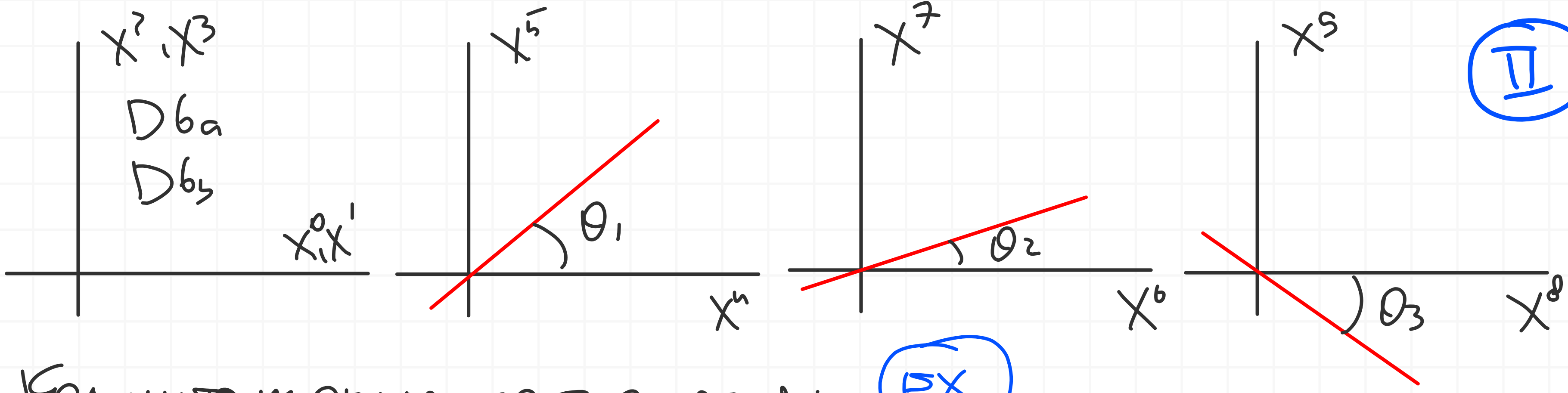
2. X^4, X^5, θ_1, $\alpha^1_{n_\pm}$, $\psi^1_{r_\pm}$, $n_\pm = m \pm \nu_1$, $r_\pm = r \pm \nu_1$ ${}^{+\frac{1}{2}}_{+0}$

X^6, X^7, θ_2, $\alpha^2_{n_\pm}$, $\psi^2_{r_\pm}$, $n_\pm = m \pm \nu_2$, $r_\pm = r \pm \nu_2$ ${}^{+\frac{1}{2}}_{+0}$

X^8, X^9, θ_3, $\alpha^3_{n_\pm}$, $\psi^3_{r_\pm}$, $n_\pm = m \pm \nu_3$, $r_\pm = r \pm \nu_3$ ${}^{+\frac{1}{2}}_{+0}$

$$\nu_i = \frac{\theta_i}{\pi}$$

II



Коммутационные соотношения: EX

$[\alpha_n, \alpha_m] = n\,\delta_{n+m} \Rightarrow [\alpha_n, \alpha_{-n}] = n > 0$, α_{-n} – рожд.

$\{\psi_r, \psi_s\} = \delta_{r+s}$

$[\alpha^I_{n_\pm}, \alpha^J_{n'_\mp}] = n_\pm \delta_{n+n'}\delta^{IJ}$, $n \in \mathbb{Z}$, $I, J = 1, 2, 3$

$\{\psi^I_{r_\pm}, \psi^J_{s_\mp}\} = \delta_{r+s}\delta^{IJ}$, $r \in \mathbb{Z} + \frac{1}{2}$ NS, $+0$ R

Типы струнных состояний:

aa, bb – локал. на D6$_a$ и D6$_b$ бранах ⇒ D = 1+6 SYM

ab, ba – лок. на пересечении ⇒ D = 1+3 теория

3. Спектр масс: $\alpha' M^2 = N_B + N_F + a\sum_I \nu_I - a$, $a = \frac{1}{2}$ NS, $a = 0$ R

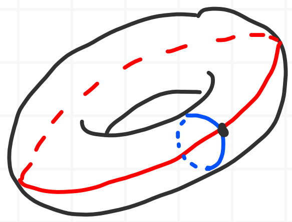
EX Спектр масс в NS и R секторе.

на пересечении!

Утверждение: можно получить $N = 1$ киральную теорию с безмассовыми фермионами ($\nu_1 + \nu_2 + \nu_3 = 2$) (типа MSSM)

4. Реконструкция поколений: нужны для этого пересекающиеся браны, наматывание какое-то кол-во раз.

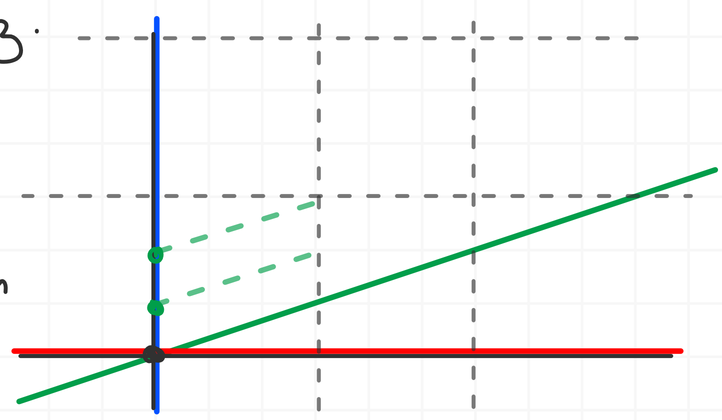
$\mathbb{R}^{1,3} \times T^2 \times T^2 \times T^2$



угол $\theta = \frac{\pi}{2}$

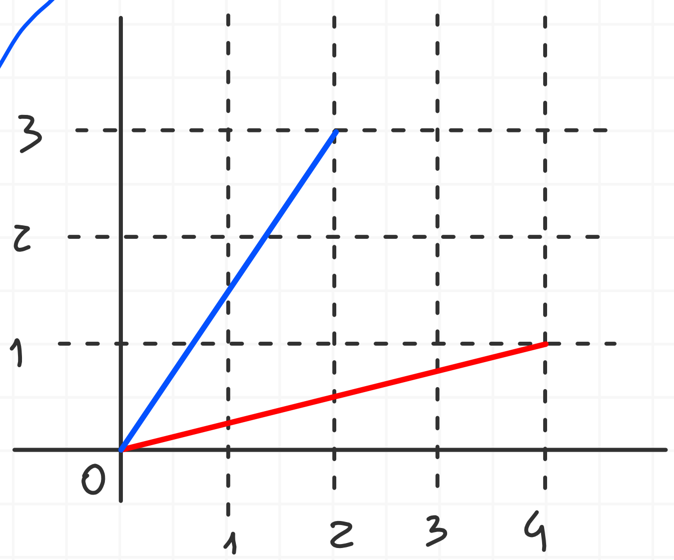
3 точки пересечения

2 на торах

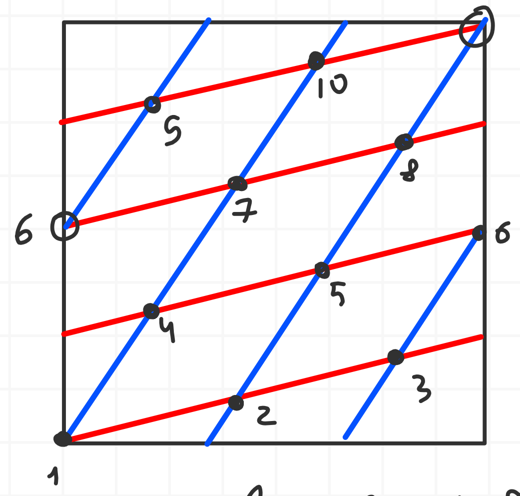


Утв: топологическое число конф. пересекающихся бран даёт число поколений (с зад. кв. числами)

Браны задаются числами: $(m,n) \in \mathbb{Z}^2$

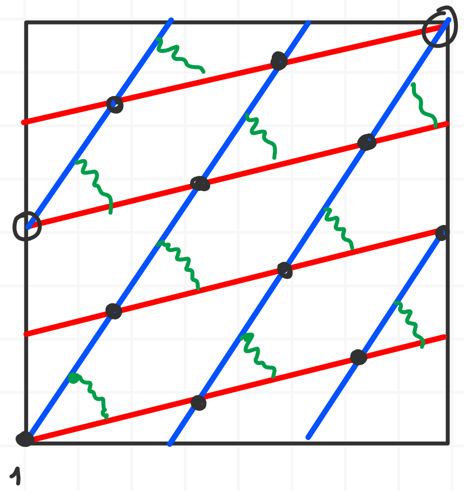


$\ell_1 = (4,1)$, $\ell_2 = (2,3)$



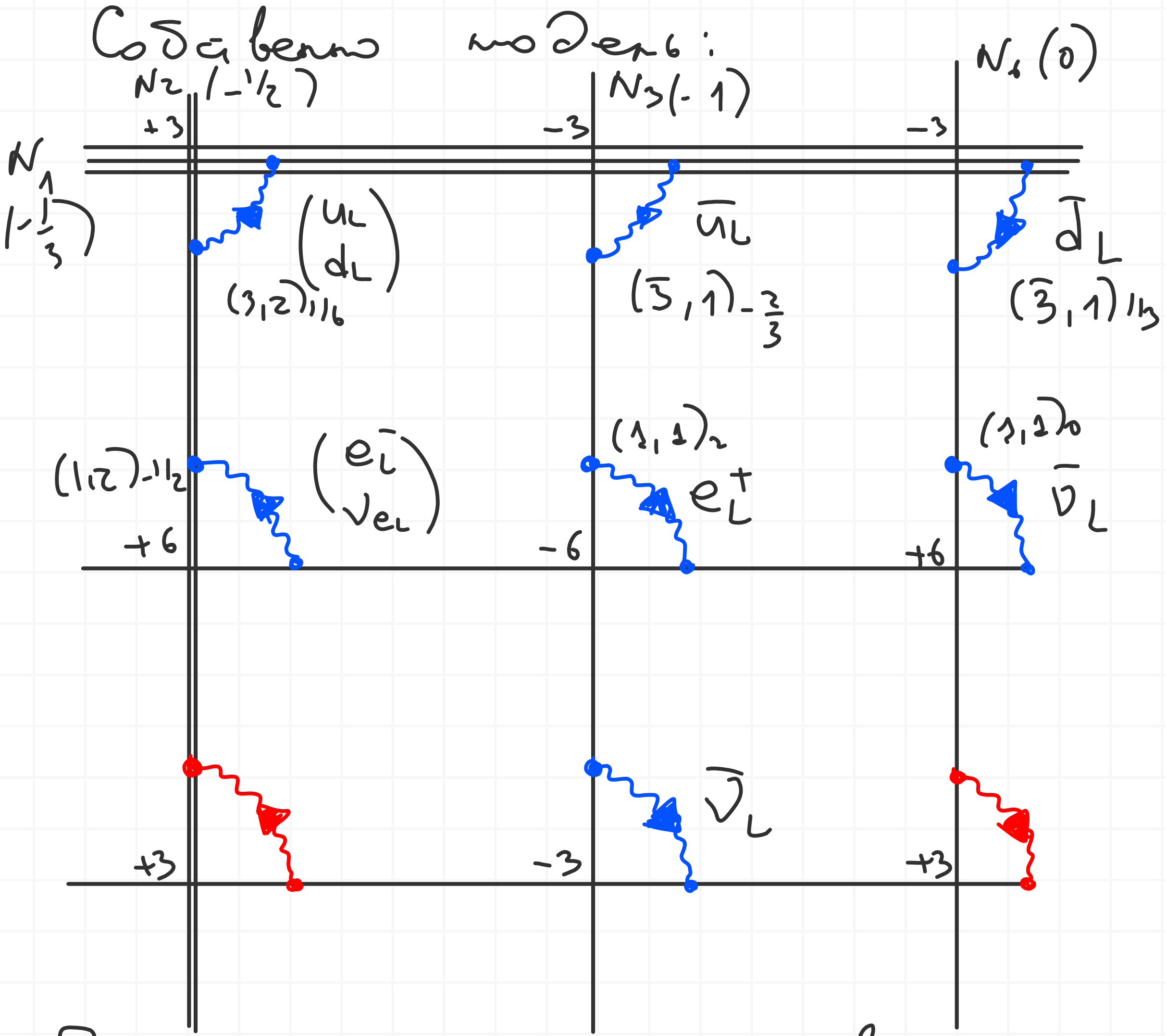
10 пересечений

$$I_{12} = \det[\ell_2\ \ell_1] = \det\begin{bmatrix}2 & 4\\ 3 & 1\end{bmatrix}$$ это все в $\mathbb{T}^2$



- на каждом пересечении живёт своя теория
- В $\mathbb{R}^{1,3}$ это все одна точка
- Имеем $I_{1,2}$ типов ферм. (поколения)

Собственно модель:



$N_1 = 3$ цветные браны

$N_2 = 2$ левые браны

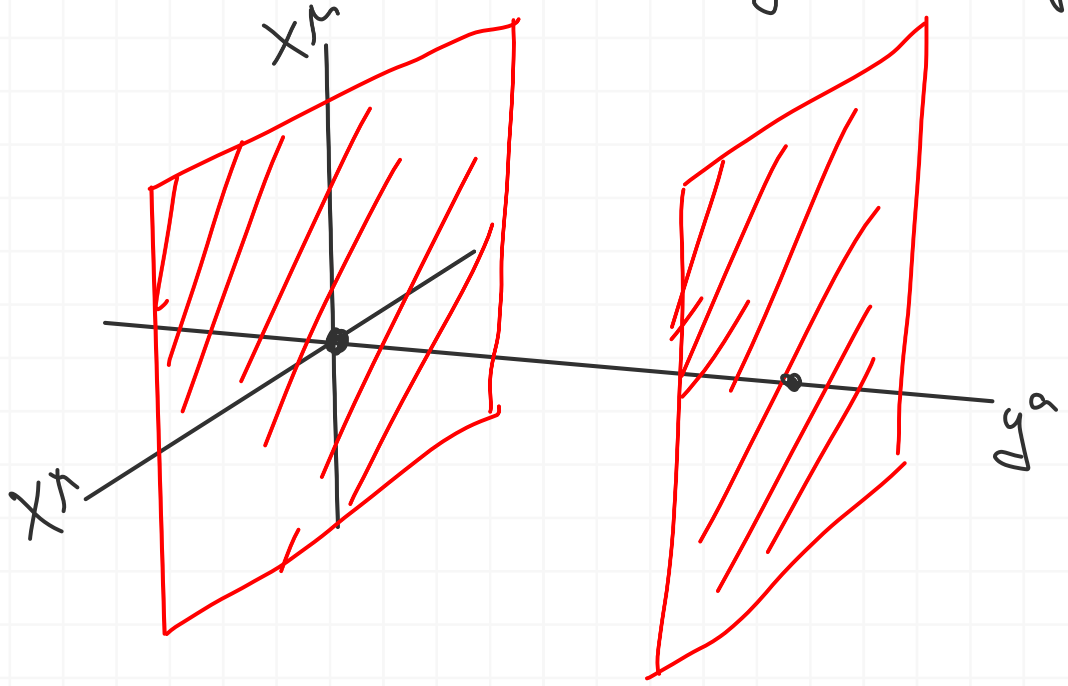
$\begin{pmatrix}u_L\\ d_L\end{pmatrix}$:

$$Y = -\frac{1}{3} - \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{6}$$

Числа пересечения не сравниваются соответственно.

V. Brane inflation

1. Будем теперь рассматривать брану, как динамический объект, несущий теорию поля. ⊕ Браны могут аннигилировать с антибранами.



спектр откр. струн:

mass	field	GSO
$\frac{1}{4\pi\alpha'}(\Delta X)^2-\frac{1}{2}$	X	-1
0	A^μ	$+1$
0	ψ	$+$
0	$\dot{\psi}$	$-$

$GSO=+1$: SYM

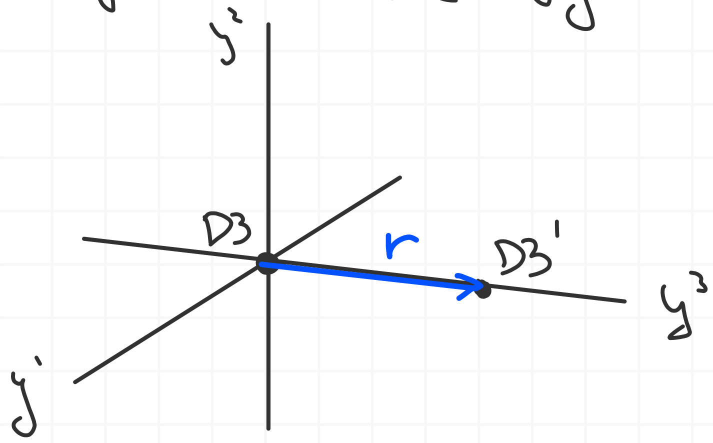
$GSO=-1$: $D3-\overline{D3}$, нестабильная конфигурация

притягиваются и аннигилируют (тахион)

Надо понять эфф. потенциал и его зависимость от расст.

$\phi \sim (\Delta X)^2$, $V=V(\phi)$ – хочется slow-roll potential

Оценим эфф. теорию одной браны в поле другой: (как для частицы).



Простая идея:

Динамика зар. масс. частицы во внешнем поле другой масс. зар. частицы:

$$S=-mc\int ds+\frac{e}{c}\int A_\mu dx^\mu\ ;\quad ds^2 = RN$$

$$A_\mu=\left(\frac{e}{r},\vec{0}\right)$$

! решение уравнений Эйнштейна – Максвелла с точечным источником

2. Решение ур-ий $D=10$ супергравитации с протяжённым источником

Поля: $g_{\mu\nu},\ \Phi,\ B_{\mu\nu},\ C_\mu,\ C_{\mu\nu\rho}$ II A

$\underbrace{C,\ C_{\mu\nu},\ C^{+}_{\mu\nu\rho\sigma}}_{\text{Dp-браны}}$ II B

струна

$$S_{II} = \int d^{10}x \sqrt{-g}\Big[e^{-2\phi}\Big(R[g] - 4(\partial\phi)^2 + \frac{1}{12}H_{\mu\nu\rho}H^{\mu\nu\rho}\Big) + \sum_p \frac{1}{p!} F_{\mu_1\ldots\mu_p}F^{\mu_1\ldots\mu_p} + \ldots\Big]$$

Решение для Dp-браны:

$$ds^2 = H^{-1/2}(r)\left(-dx^{0\,2} + dx^{1\,2} + \ldots + dx^{p\,2}\right) + H^{\frac{1}{2}}\left(dr^2 + r^2 d\Omega^2\right)$$

$$C_{01\ldots p} = 1 - H(r)^{-1} \quad ; \quad H(r) = 1 + \frac{\mu}{r^{7-p}}$$

- Для D3-браны: $H(r) = 1 + \frac{\mu}{r^4}$
  - гравитационный потенциал: (большие расстояния) $g_{00} = H^{-\frac{1}{2}} \sim 1 - \frac{\mu}{2r^4}$, $g_{00} = 1 + 2V_g$

$$V_g = -\frac{\mu}{4r^4}$$

- потенциал от R-R заряда (для D3-D3 полностью комп.)

1) Если $\perp$ пространство некомпактное:

$$V_R = \pm\frac{\mu}{4r^4} \Rightarrow V = -\frac{\mu}{4r^4}(1 \pm 1) \quad \begin{matrix} D3-\overline{D3} \\ D3-D3 \end{matrix}$$

2) Если $\perp$ пространство компактное:

$$*d*F_5 = j_4 \Rightarrow \int_{V_6} dF_5 = \int_{V_6} *j_4 = \sum_i Q_i \text{ внутри } V_6$$

$$\int_{V_6} dF_5 = \int_{\partial V_6} F_5 = 0$$

(tadpole cancellation condition)

Если учесть пот. слагаемое:

натяжение D3-браны

D3–$\overline{D3}$: $\boxed{V_{tot} = T_3\left(1 - \frac{1}{8\pi^2 r^4 T_3}\right)}$; $T_3 = \frac{1}{(2\pi)^3 \alpha'^2 g_s}$

$l_s = 2\pi\sqrt{\alpha'}$

работает, когда

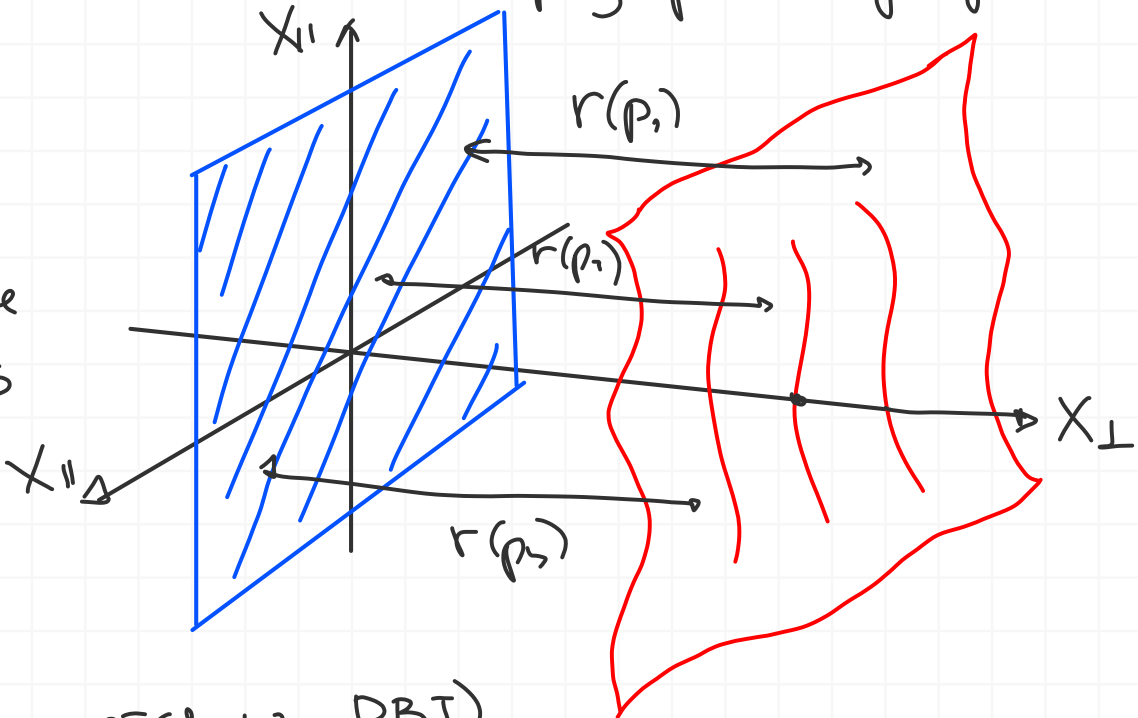
$M_s^{-1} \ll r \ll d$, d - размер ⊥ пространства

$r = r(X_\parallel)$

↑

поле на D3-бране

distance modulus



Кинетическое слагаемое (получается из DBI)

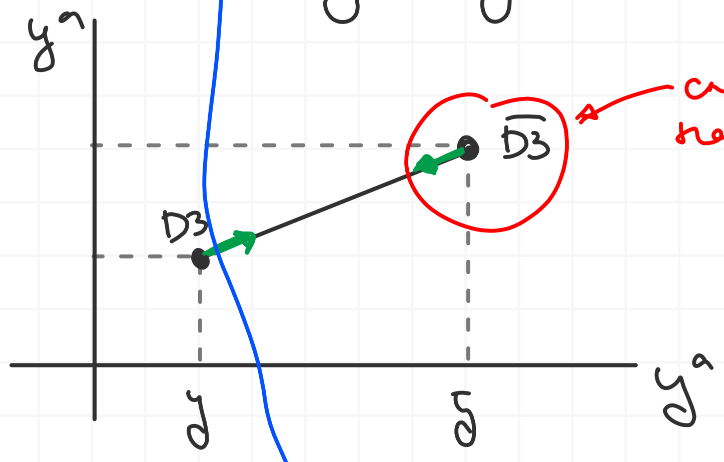
$$S_{DBI} = -T_3 \int d^4\xi \sqrt{|\det h_{\alpha\beta}|} \; ; \quad h_{\alpha\beta} = G_{MN}\,\partial_\alpha X^M \partial_\beta X^N$$

фикс. калибровку: $\xi^\alpha = X^\alpha$, $\alpha = 0,1,2,3$ $\quad X^M : (\xi^\alpha, \bar{y}^a)$

Потенциал уже учли, поэтому G_{MN} – плоская

EX

сделать честно



смотрим на неё

$$r(\xi)^2 = (\bar{y}(\xi)^a - y^a)^2$$

пусть $\bar{y}^a(\xi) - y^a = r(\xi)\, n^a$

один модуль

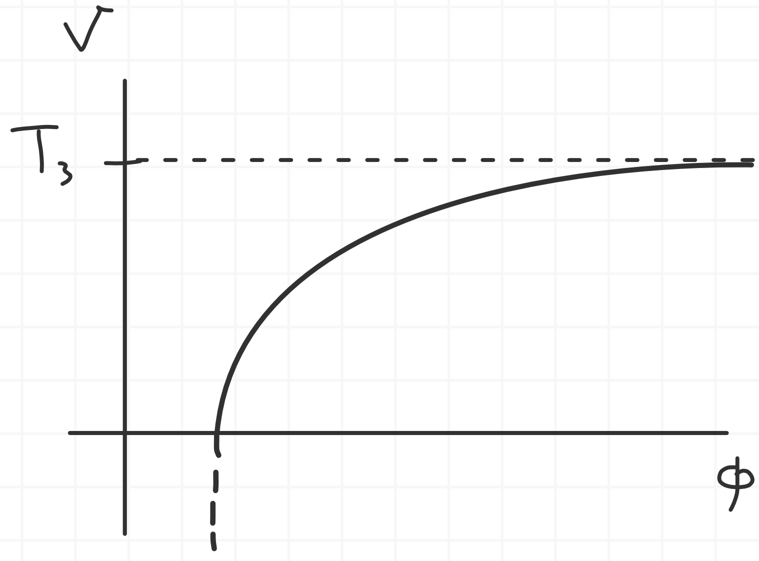
$$\det h_{\alpha\beta} = 1 + \eta^{\alpha\beta}\partial_\alpha r\, \partial_\beta (r)$$

$$\mathcal{L} = -T_3\left(1 + \frac{1}{2}(\partial r)^2\right) + \frac{T_3}{8\pi^4 r^4}$$

$$\phi := \sqrt{T_3}\, r(\xi)$$

$$\boxed{\mathcal{L} = -\frac{1}{2}(\partial\phi)^2 - \left(T_3 - \frac{c}{\phi^4}\right)} \qquad c = \frac{T_3^2}{8\pi^4}$$

← chaotic inflation



3. Что получилось:

1. Тахионное возб. $\alpha' m_X^2 = \frac{1}{4\pi\alpha' T_3}\varphi^2 - \frac{1}{2}$

- аннигиляция бран завершает инф. $\Rightarrow$ reheating

2. Slow-roll:
$$\eta = \frac{V'' M_{Pl}^2}{V} \simeq -\frac{20c\, M_{Pl}^2}{T_3\,\phi^6}$$

4d масса Планка: $M_{Pl}^2 = (8\pi G_N)^{-1}$

EX $\boxed{G_{10}^{-1} = G_N^{-1}\cdot Vol_6}$ из редукции $\quad \boxed{G_{10}^{-1} = 2\pi T_3^2}$ по размерности в пределе низких энергий

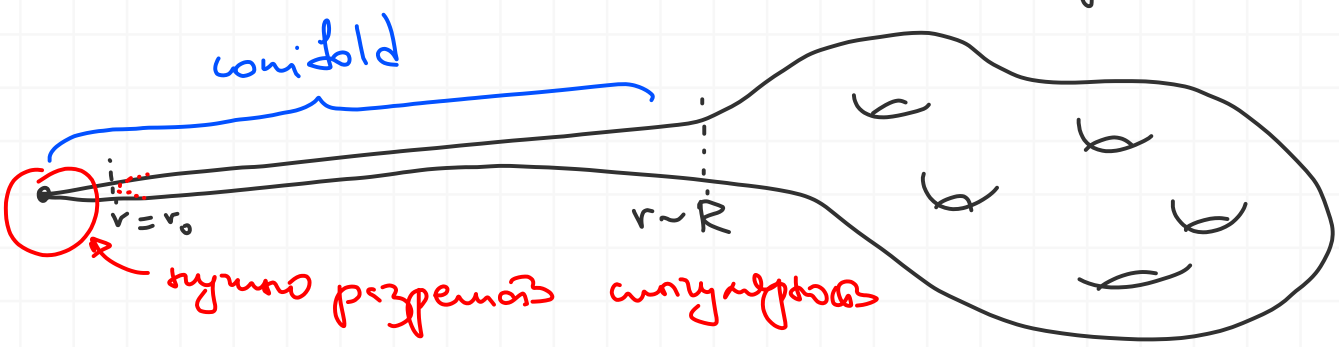
$$M_{Pl}^2 = \pi^2 T_3^2\, Vol_6 \quad\Rightarrow\quad \eta \simeq 2\frac{Vol_6}{r^6} \simeq \left(\frac{L}{r}\right)^6$$

Slow-roll: $r \gg L$ – расст., кот. проходит $\overline{D3}$ брана, сильно больше хар-го размера пространства
(large η problem)

4. Способы решить проблему:

- рассмотрение сильно искривленных геометрий
- учёт бо́льшего числа модулей фоновой геометрии
- дополнительные источники, монодромия, multi-field ...

EG особый класс CY_3 с длинными горловинами



– D3-брана в горловине не чувств. силу

– $\overline{D3}$-брана движется к (разрешённой) сингулярности

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2}(\partial\phi)^2 - 2T_3 a_0^4\left(1 - a_0^4\frac{R^4 T_3^2}{N\phi^4}\right) \qquad \eta = a_0^4\,\eta_0$$

дике

VI. Размерная редукция на CY_3. KKLT модель.

- Рассматриваем динамику в низкоэнергетическом приближении (Type II SUGRA) $10D \to 4D$ SUGRA + AdS vacuum
- Используем трюки, чтобы учесть непертурб. поправки и эффекты от Dp-бран.

$$AdS \to dS$$